Prof. Dr. Horst Völz

Analog-Rechner ⇔ Digital-Computer

Zu einem Wunschrechner der Zukunft

Bilder in höherer Qualität sind verfügbar als: ca. 2000×3000 Pixel oder *.cdr Version 12

Email: horst.voelz(at)campus.tu-berlin.de bzw. h.voelz(at)online.de
Prof. Dr. Horst Völz, Koppenstr. 59, 10243 Berlin, Tel./Fax 030 288 617 08

Kurzfassung

Zunächst werden die typischen Eigenschaften des Analogrechners denen des Digitalcomputers gegenübergestellt. Zur weiteren Vertiefung ist es dabei notwendig, die verschiedenen Inhalte von analog, kontinuierlich, diskret und digital zu präzisieren. Dan wird gezeigt, dass die heute übliche Digitalisierung trotz des Sampling-Theorems von SHANNON eigentlich unbefriedigend ist. Theoretisch besser wäre eine völlig neuartige „***Kontinuierliche Digital-Technik***“, die mit orthogonalen Funktions-Approximationen arbeitet. Ihre Vorteile werden an Beispielen erläutert und führen dann mittelbar zu einem ***völlig neuen Rechnertyp***.

Zwei einleitende Thesen

Ein Analog-Rechner ***simuliert*** die Wirklichkeit
bezüglich eines ***Zeit***verlaufs
mittels ***kontinuierlicher Signale***
durch programmiert verschaltete ***Operationsverstärker.***

Ein Digital-Computer ***berechnet*** die Wirklichkeit
bezüglich ***Werten, Raum und Zeit***
durch ein Programm, das
logischer Funktionen digitale Bauelemente steuert.

Bitte beachten Sie die ausgezeichneten Wörter

Thesen in Tabellenform

Gerät	**Analog-Rechner**	**Digital-Computer**
Verb bzgl. Wirklichkeit	simuliert, bildet nach	berechnet
Ergebnis betrifft	Zeitverlauf	Werte, Raum und Zeit
mittels	kontinuierlicher Signale	logischer Funktionen
durch	Operationsverstärker	digitale Bauelemente
Die Werte sind	kontinuierlich	diskret, digital

Zu erklärende Begriffe

Berechnen (deutsch) ≈ mathematische Verknüpfung von Zahlen (*lateinisch* ***Calculator***)

Logik: *griechisch* ***logike*** Wissenschaft des Denkens; *lateinisch* ***logikós*** zur Vernunft gehörend

⇒ Ja-Nein-Entscheidungen ***und*** logische Operationen, z. B.: `Nicht, NAND, NOR`

Simulation: *lateinisch* ***simulatio*** Vorspiegelung, ***simulare***, ähnlich machen, nachbilden; nachahmen

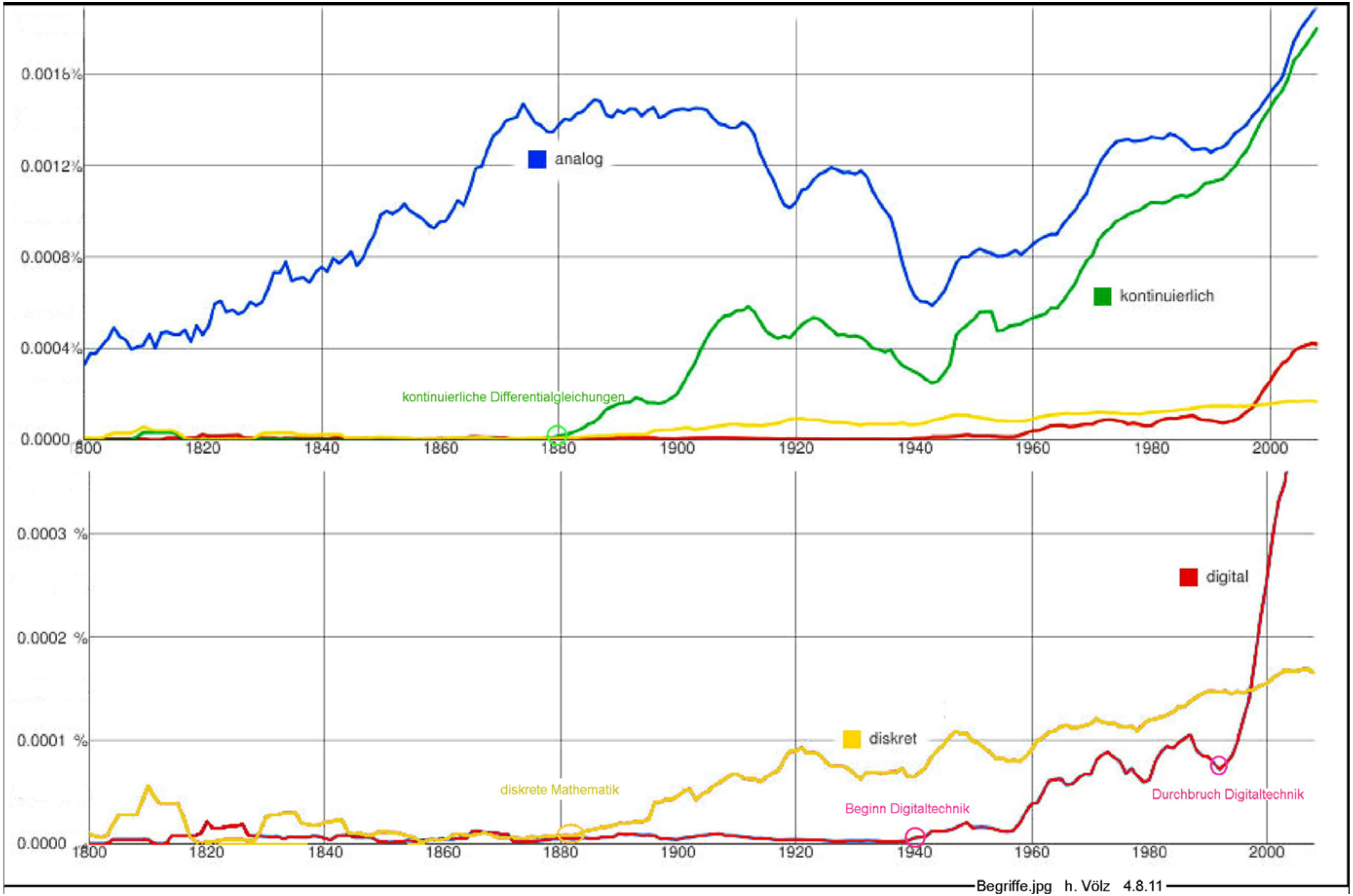
⇒ es besteht Ähnlichkeit mit Modell, Analogie und Nachbildung von Wirklichkeit

Weil sie leider sehr verschiedenen benutzt werden müssen folgende Begriffe genauer erklärt werden

analog (Analogie), digital, diskret und kontinuierlich

Für die technischen Anwendungen kommen noch hizu:

sampling, quantisieren (Quant)


0.0016%
0.0012%
0.0008%
0.0004%
0.0000
analog
kontinuierlich
kontinuierliche Differentialgleichungen
1800
1820
1840
1860
1880
1900
1920
1940
1960
1980
2000
0.0003 %
0.0002 %
0.0001 %
0.0000
digital
diskret
diskrete Mathematik
Beginn Digitaltechnik
Durchbruch Digitaltechnik
Begriffe.jpg h. Völz 4.8.11

Analog - Analogie

griechisch ***logos*** Vernunft + *lateinisch* ***ana*** auf, wieder, aufwärts, nach oben
lateinisch ***analogia*** mit der Vernunft übereinstimmend, Gleichmäßigkeit
Analogie ≈ Entsprechung, Ähnlichkeit, Gleichwertigkeit, Übereinstimmung

Neben den technischen (s. u.) gibt viele Anwendungen u. a.:

- ***Platon***: menschliche *Seele* dreigeteilt: Vernunft, Wille, Begierden
  ⇒ *Gerechter Mensch* kontrolliert Begierden durch Vernunft mit Unterstützung des Willens
  ⇒ *Dreiständeaufbau* des Staates: erleuchteter Philosoph | König regiert Gesellschaft mit Kriegern
- ***Literatur*** ≈ Fabeln, Parabeln, Märchen, Gleichnis
- ***Logik*:** induktiver Beweis: Wenn Größen in einigen Punkten ähnlich sind ⇒ auch in anderen
- ***Psychologie***: analoges Denken dürfte wesentliche Grundlage der Intelligenz sein
  Beispiele: MAXWELL: Wasserströmung ⇔ elektrische Felder; KEKULE: 6 Affen ⇔ Benzol-Ring
- ***Biologie***/***Medizin***: analoge Organe bzgl. Morphologie, Struktur, z. B. Auge Wirbeltier, Tintenfisch und Insekt
- ***Kybernetik***: Funktionen, Verhalten von technischen Systeme ⇔ lebender Organismen
- ***Bionik***, z. B.: Haut von Delphinen zur Optimierung von Schiffsrümpfen, Lotos-Effekt usw.
- ***Rechtsprechung***: juristischer Tatbestand auf etwa wesensgleichen übertragen; in Deutschland unzulässig

Für das **Gegenteil** von ***analog*** existiert kein eigenständiger Begriff! ⇒ ***nicht-analog***

Technische Analogien

Eine Technische Analogie ***vermittelt*** immer zwischen zwei ***unterschiedlichen Gebilden,***
Sie setzt dabei ausschnittsweise ***gleichartiges Verhalten*** in Beziehung zueinander setzt.
Und nutzt diese Zusammenhänge für Aussagen (Berechnungen) im dem anderen Gebilde.
Dies war die entscheidende Grundlage der ***Kybernetik*** von NORBERT WIENER (1933 - 1987).
Praktische äquivalent ist dabei der ***Modell***-Begriff.
Hierbei werden meist wenig anschauliche Gleichungen bzw. physikalische Größen ersetzt.
Die *Wärmeableitung* bei Halbleitern wird in eine äquivalente elektrische Schaltung gemäß der folgende Tabelle „übersetzt“:

Wärme			**Elektrische Ersatzschaltung**		
Verlustleistung	P	W	Strom	I	A
Temperaturdifferenz	ΔT	K	Spannung	U	V
Wärmeleitfähigkeit	λ	W/mK	Spez. Leitfähigkeit	$1/\rho$	1/Ω·m
Wärmekapazität	C_{Th}	J/K	Kapazität	C	As/V (= F)
Wärmewiderstand	R_{Th}	K/W	Widerstand	R	Ω

Ähnliche Betrachtungen gibt es u. a. bei Schallabstrahlung, Diffusion und chemischen Reaktionen.

Nur in diesem Sinne sollte **analog** in der Technik benutzt werden!

Simulation

Die Simulation ist ein ***Spezialfall der Analogie*** und betrifft zeitliche Vorgänge bzw. Verhalten.
Mathematisch werden hierzu meist Differentialgleichungen benutzt.
Im einfachsten Fall sind es Gleichungen zwischen mehreren Größen, z. B. x und y gemäß

$$y = f(x).$$

Dabei können x und y auch mehrdimensional sein ($x_1, x_2, \ldots; y_1, y_2, \ldots$).

Ist die **Zeit *t*** zu berücksichtigen, erfolgt die Untersuchung bevorzugt mit Differentialgleichungen.
Mit Konstanten a_i, b_i, und A gilt dann zwischen (komplexem) Input x und Output y

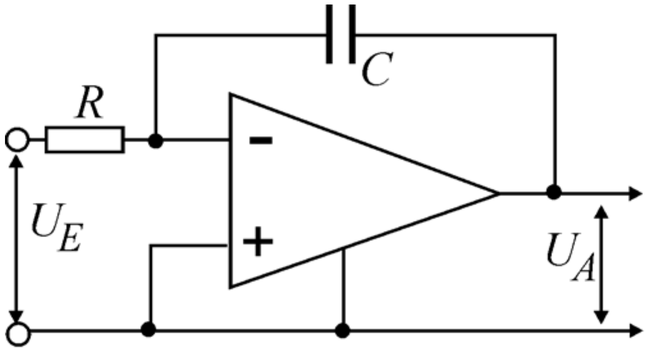
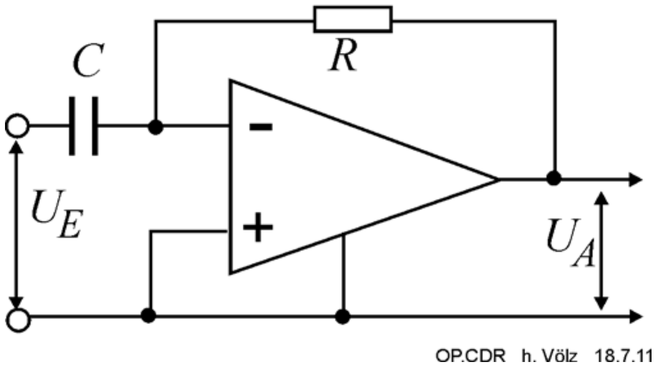
$$a_0 x(t) + a_1 \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + a_2 \frac{\mathrm{d}^2 x(t)}{\mathrm{d}t^2} + \ldots + a_n \frac{\mathrm{d}^n x(t)}{\mathrm{d}t^n} = A\left[b_0 y(t) + b_1 \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + b_2 \frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} + \ldots + b_n \frac{\mathrm{d}^m y(t)}{\mathrm{d}t^m} \right]$$

Für deterministische, stabile System gilt $m \leq n$.
Für zeitinvariante Systeme sind alle Koeffizienten a_i, b_i und A reell und konstant.
Die Lösung der Differentialgleichung erfolgt meist mit der LAPLACE-Transformation.

Analoge Systeme, Gebilde liegen dann vor, wenn (nahezu) gleichartige Formeln existieren.
Die Größen x und y können dabei sogar aus völlig anderen Bereichen stammen.
Dennoch kann aus Kenntnissen eines Systems auf das andere geschlossen werden.
Vorteilhaft ist der Übergang zu ***elektrischen, elektronischen Systemen*** und ***Schaltungen.***
Das ermöglicht die Benutzung einfacher ***Simulationsschaltungen*** bzw. ***Analogrechner.***

Zwei typische Schaltungen mit Operationsverstärkern

Sie sind durch die Koeffizienten in den Gleichungen bestimmt
und werden entsprechend der Differentialgleichung verschaltet.

Integrations-Schaltung		$U_A = -\frac{1}{RC}\int U_E \mathrm{d}t;\ f_u = \frac{1}{2\pi VRC}$
Differentiations-Schaltung		$U_A = -RC\frac{\mathrm{d}U_E}{\mathrm{d}t};\ f_o = \frac{V}{2\pi RC}$

diskret ⇔ digital

lateinisch ***discretion***: Unterscheidungsvermögen, Urteil und Entscheid
discretus: abgesondert, getrennt
discernere: scheiden, trennen, unterscheiden, beurteilen, entscheiden

Definition: Es gibt nur endlich viele, genau unterscheidbare Werte
Sie sind daher abzählbar, also auf die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, … abbildbar

lateinisch ***digitus*** Finger

- ***Inhaltlich***: zählen, ziffernmäßig, in Zahleneinheiten angeben.
- ***Biologie***: digitalis = Blüten-Pflanze: Fingerhut
- ***Englisch***: alte Maßeinheit Fingerbreite =18,5 mm

Einfache Beschreibung: diskrete ***Werte*** (meist ***Zustände***) werden Zahlen zugeordnet.
Die benutzte ***Zahlenbasis*** kann verschieden sein: *binär* 2, *oktal* 8, *dezimal* 10, *hexadezimal* 16
Bei binär tritt je Zustand ***1 Bit*** auf.
Die Anzahl der Zustände eines Gebildes, Systems kann von der Zahlenbasis abweichen.
Dadurch entstehen Codierungen. z. B. *dual* bei zwei physikalische Zuständen
BCD = binär codierte Dezimalzahl

diskret $\Rightarrow$ kontinuierlich

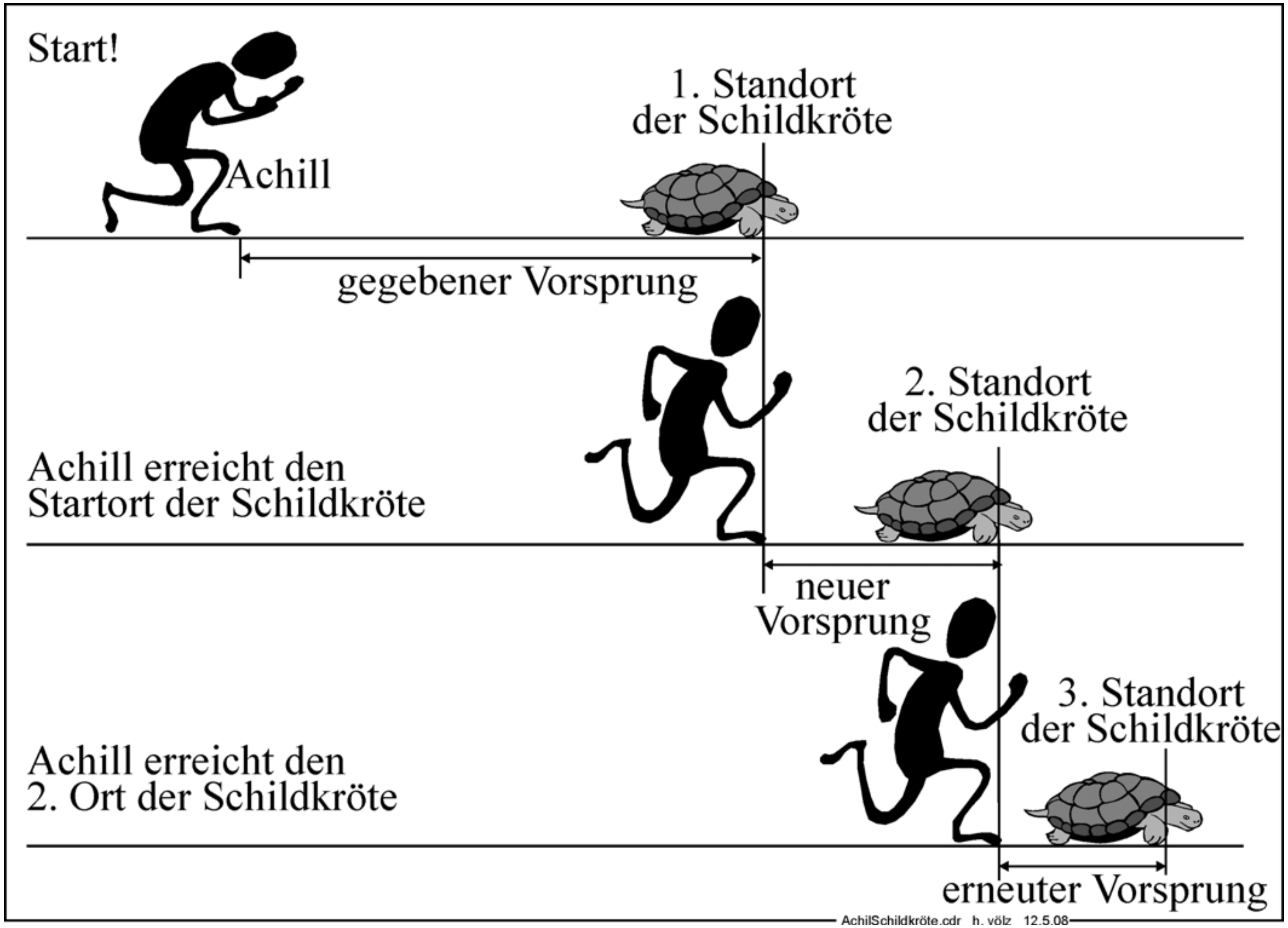
ZENON AUS ELEA (um 490 bis um 430 v. Chr.) schuf mehrere Paradoxa: ***Bewegung ist unmöglich!***

Im Wettlauf kann der schnelle Achill die langsame Schildkröte nicht erreichen, geschweige denn überholen.

Der *diskrete* Abstand wird lediglich iterativ immer kleiner

Daher führte ARISTOTELES (384 - 322 v. Chr.) theoretisch das ***Kontinuum*** ein:

In der Realität gibt es ***keine unendlich kleinen Schritte***



kontinuierlich **(mathematisch)**

lateinisch ***continens, continuus***: zusammenhängend, angrenzend an, unmittelbar folgend, ununterbrochen, jemand zunächst stehend

Continuare: aneinanderfügen, verbinden, fortsetzen verlängern, gleich darauf, ohne weiteres

contingere: berühren, kosten, streuen, jemandem nahe sein, beeinflussen.

Definition: Zwischen zwei beliebigen Werten gibt es noch mindestens einen weiteren
Es gibt zumindest abzählbar unendliche viele Werte, das entspricht den reellen Zahlen
Bei Funktionen fordert es die ***Stetigkeit*** = es gibt keine Sprünge in Funktionsverlauf

Neben diesem ***mathematischen kontinuierlich*** gibt es noch ein ***zweites der realen Welt*** (s. u.)

Mögliche Beschreibungen der Welt

	kontinuierlich	**diskret**
Griechen	ARISTOTELES	DEMOKRIT
Mathematik	unendlich ∞	endlich
Antinomien Paradoxien	HILBERT-Hotel grot = jetzt grün → 2020 rot Alle Raben sind schwarz	XENON: Pfeil, Wettlauf Kretaer Lügner GÖDEL- Unentscheidbarkeit
Methoden	Limes, Differential	Zählen, Messen
Beschreibung	Differentialgleichungen	Algorithmen
Geräte	Analog-Rechner	Digital-Computer
Entsprechung	Welle	Korpuskel, Quant
Übergang	BOHR'sches Korrespondenz -Prinzip HEISENBERG-Unbestimmheit	

Physikalische Welt

Heute wird meist angenommen: die ***Welt sei letztlich diskret***
Dazu gibt es verschiedene Abschätzungen, meist werden die Werte von MAX PLANCK gewählt

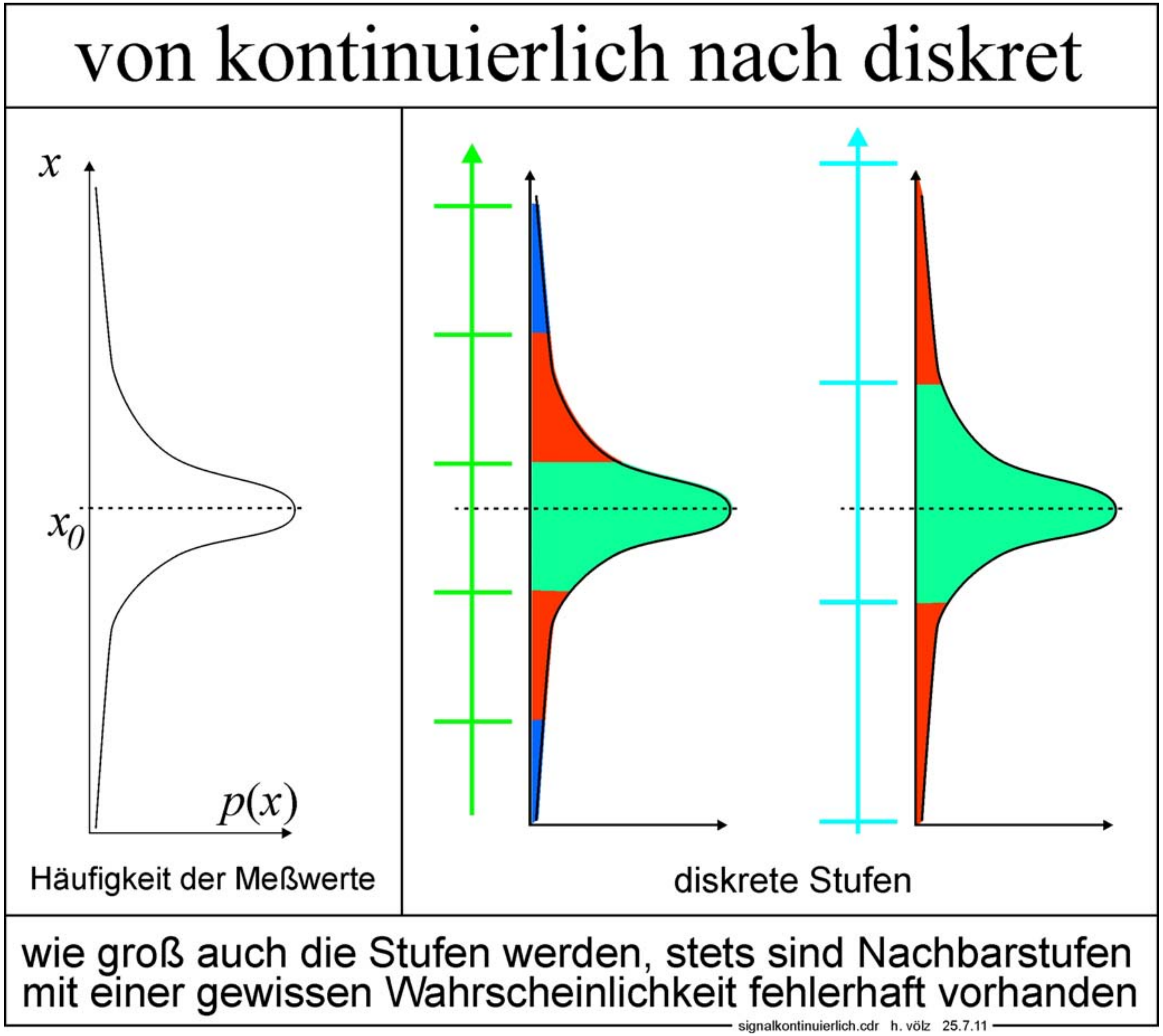
$$\text{Planck-Länge} = \Delta l \approx 10^{-33}\ \text{cm und Planck-Zeit} = \Delta t \approx 10^{-43}\ \text{s}$$

Diese Stufen sind so klein, dass sie in der für uns üblichen Makrowelt vernachlässigbar sind
Deshalb können wir unsere ***Makrowelt als quasi-kontinuierlich*** annehmen
Das gilt genauso für ***unsere Wahrnehmungen*** über Sinnesorgane
Dieses ***welt-kontinuierlich*** unterscheidet sich deutlich von ⇔ ***mathematisch kontinuierlich***
⇒ Jeder gemessene oder wahrgenommene Wert ist durch „Mängel“ unsicher (ungenau):

- Grenzen der ***Messgeräte oder Wahrnehmung*** (z. B. Hör- oder Sehschwellen)
- ***Thermodynamische*** Schwankungen, Störungen
- ***Quanteneffekte***
- **HEISENBERG-*Unschärfe***

Die Summe der Einflüsse ist vielfältig ⇒ statistische **GAUß-*Verteilung*** um den „realen“ Wert
Daher ist jede ***Zuordnung zu diskreten Werten*** mit einem Toleranzbereich ***statistisch unsicher***
Das ist bei jeder Digitalisierung von Signalen und Messwerten zu beachten

In Physik, Technik, Wahrnehmung usw. gibt es keine absolut korrekten Werte!


von kontinuierlich nach diskret
x
x0
p(x)
Häufigkeit der Meßwerte
diskrete Stufen
wie groß auch die Stufen werden, stets sind Nachbarstufen
mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit fehlerhaft vorhanden
signalkontinuierlich.cdr h. völz 25.7.11

Sampling, Quant, quantisieren

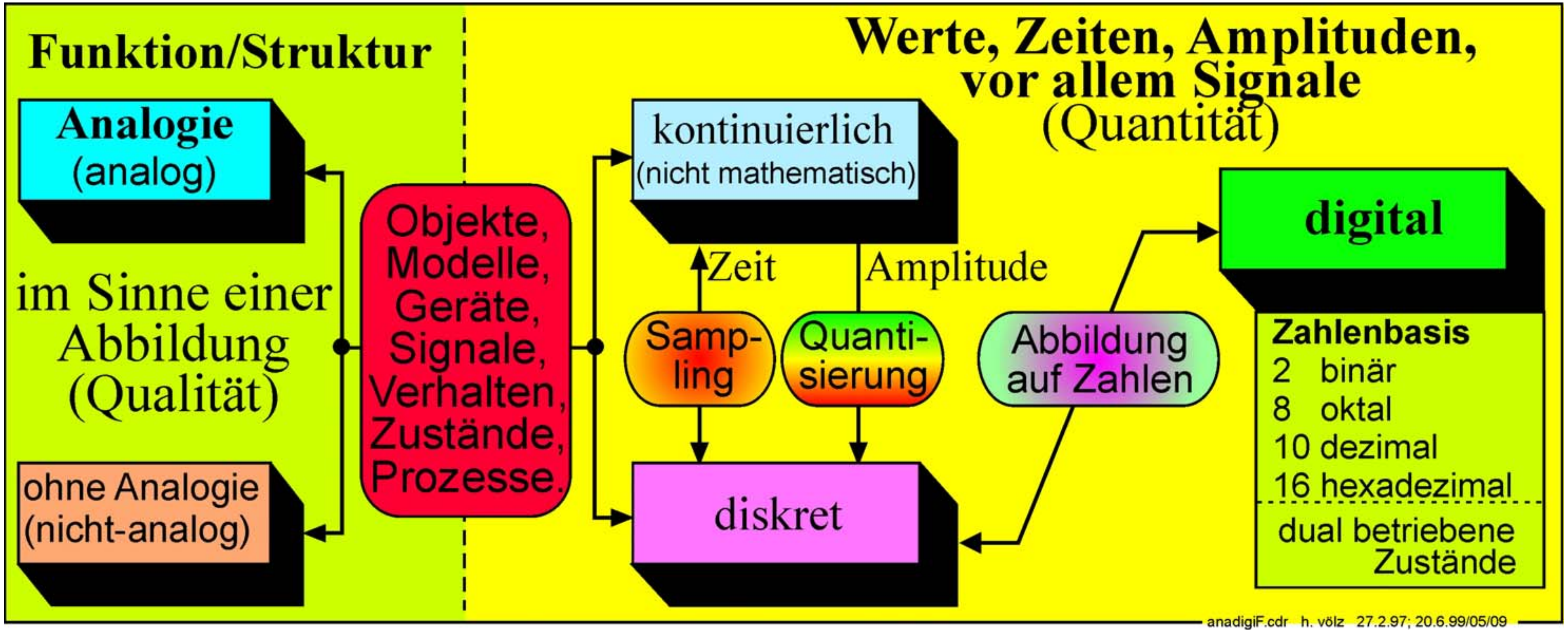
lateinisch ***quantitas*** Größe, Anzahl

quantum wie viel, so viel wie, inwieweit, irgendwie

Etwa diskrete Werte erzeugen

- ***Physik***: Energie-*Quant* durch MAX PLANCK eingeführt ⇔ Gegenteil: Kontinuums-Physik
- ***Philosophie***: Zusammenhang von Quantität (≈ Menge) ⇔ Qualität (≈ Güte)
- ***Signal***: Erzeugung von diskreten Werten aus kontinuierlichen Signalen;
  für die ***Zeiten*** erfolgt dies meist durch Takte,
  für die ***Amplituden*** werden meist AD-Wandler benutzt.

Zusammenhang der Begriffe in der Technik



Zur Quantisierung von Werten

Sie stellt (immer) eine ***Einengung der Wirklichkeit*** dar.
Sie kann (zuweilen) vollständig ***rückgängig*** gemacht werden.
Zu den Werten muss dann eine ***Funktion festgelegt*** sein,
mit der alle (∞ vielen) „Zwischenwerte“ aus wenigen diskreten Werten berechnet werden.
In vielen Fällen ist zumindest eine Funktion bekannt. Ob immer eine existiert, ist nicht bekannt.

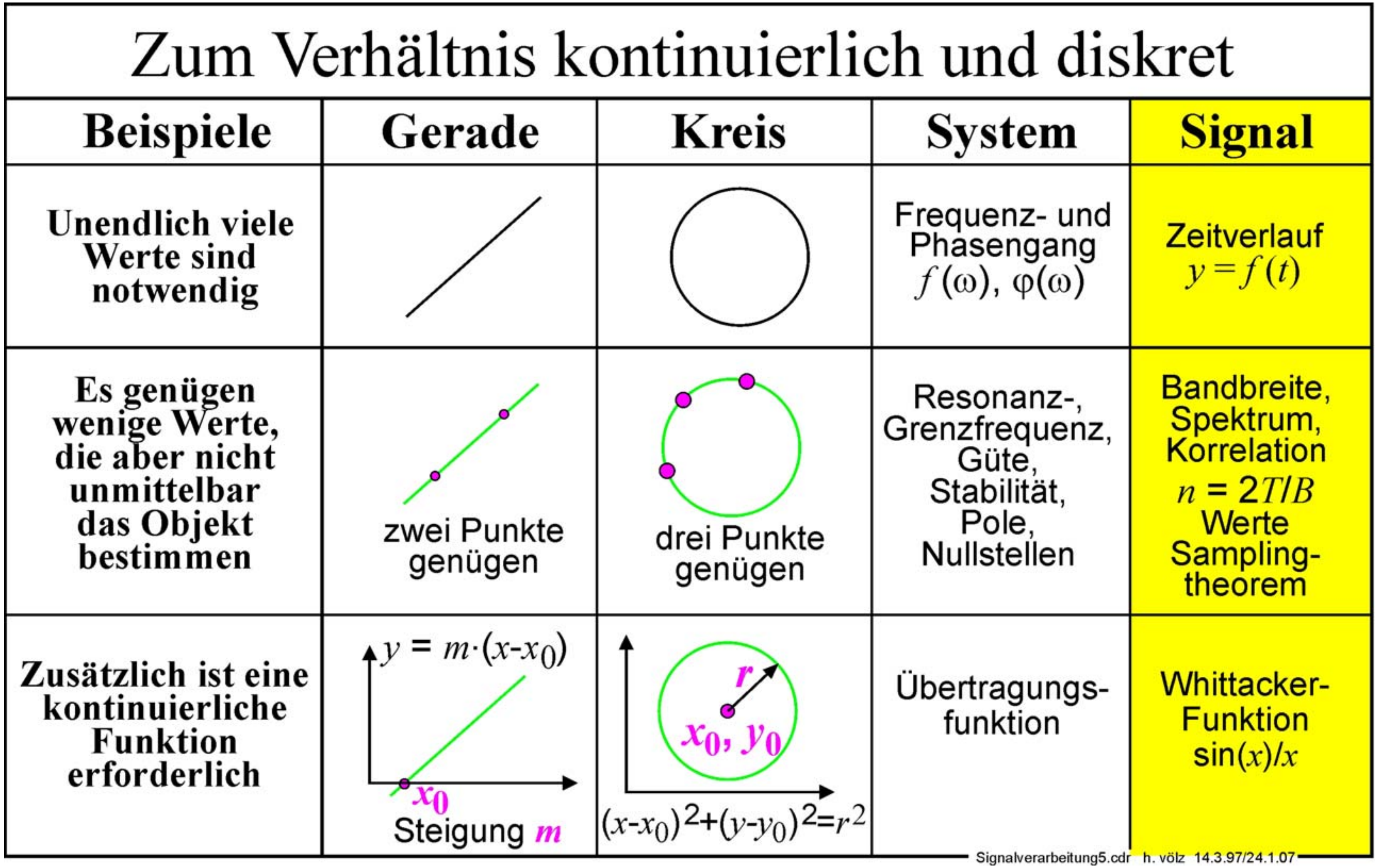
Bei nur ***zeitlicher*** Quantisierung (Taktung) ist es gemäß Sampling-Theorem die WHITTACKER-Funktion (s. u.)

Für die ***Amplituden***-Quantisierung ist (bisher) keine Möglichkeit bekannt

Für die gemeinsame Quantisierung von Zeit ***und*** Amplitude gibt es zumindest prinzipielle Grenzen.
Sie sind spätestens durch die HEISENBERG-Unschärfe $\Delta E \cdot \Delta t \geq h/2$ bestimmt (Energie $E = U^2/R$)

c

Übergänge: diskret ⇔ (mathematisch) kontinuierlich

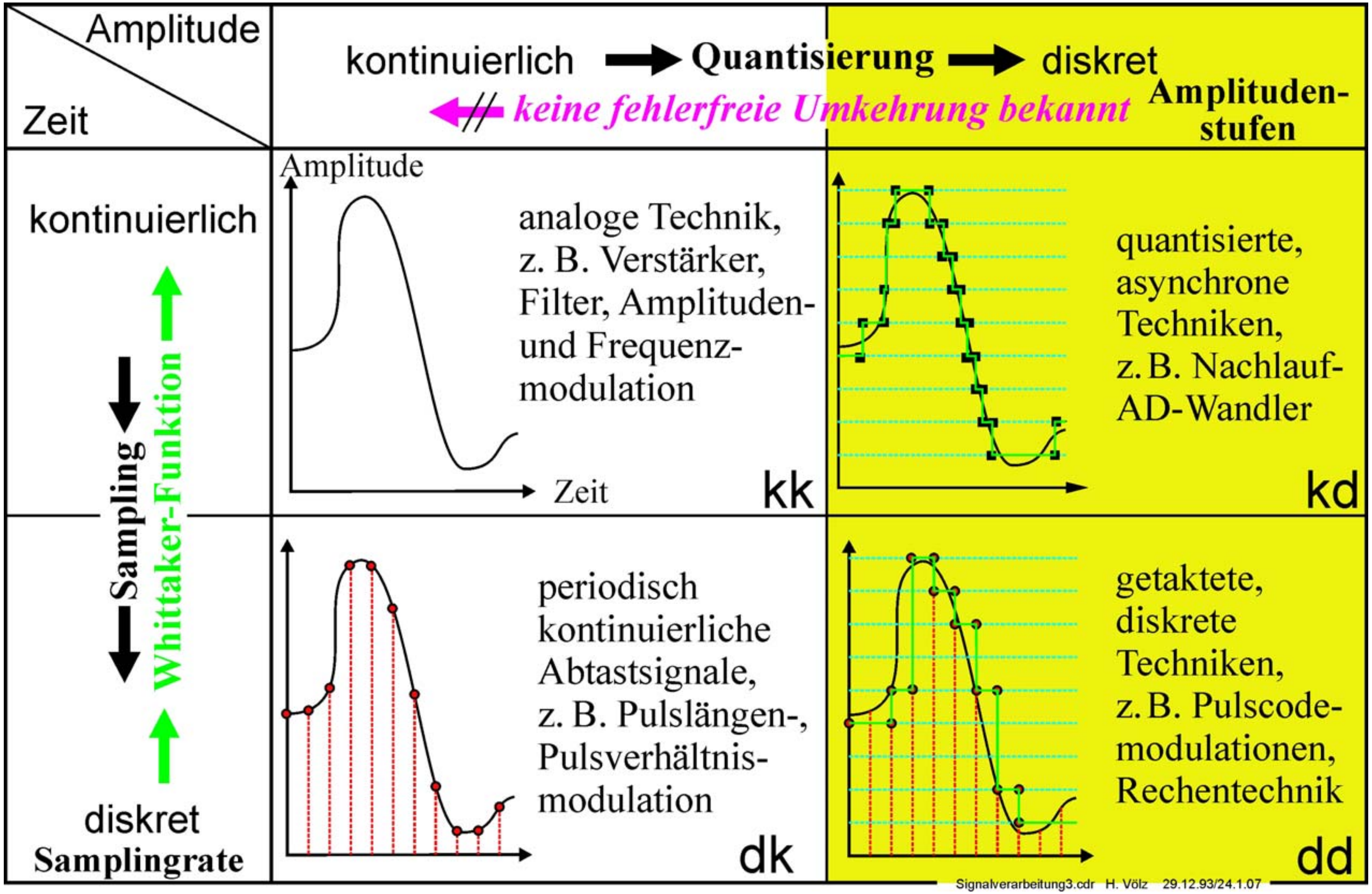


Zum Verhältnis kontinuierlich und diskret

Beispiele	Gerade	Kreis	System	Signal
Unendlich viele Werte sind notwendig			Frequenz- und Phasengang $f(\omega)$, $\varphi(\omega)$	Zeitverlauf $y = f(t)$
Es genügen wenige Werte, die aber nicht unmittelbar das Objekt bestimmen	zwei Punkte genügen	drei Punkte genügen	Resonanz-, Grenzfrequenz, Güte, Stabilität, Pole, Nullstellen	Bandbreite, Spektrum, Korrelation $n = 2T/B$ Werte Sampling-theorem
Zusätzlich ist eine kontinuierliche Funktion erforderlich	$y = m\cdot(x-x_0)$ x_0 Steigung m	r x_0, y_0 $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$	Übertragungs-funktion	Whittacker-Funktion $\sin(x)/x$

Signalverarbeitung5.cdr h. völz 14.3.97/24.1.07

Varianten der Amplituden- und Zeit-Quantisierung



kontinuierliche ⇔ digitale Signale

kontinuierlich	diskret - digital
Stärken, Vorteile	
• ***beliebig kleine*** und ***große Signale sind möglich*** • ***Verstärkung ist möglich*** • Benutzung von ***technischen Sensoren***, Aktoren und ***menschlichen Sinnen*** • Bei ***Übersteuerung*** setzen ***Verzerrungen*** weich ein	• Signale sind leicht ***fehlerfrei zu regenerieren*** • ***Verlustfreies*** Übertragen, Kopieren, Vervielfältigen • ***Verschachtelung*** mehrerer, auch recht unterschiedlicher Signale • ***Fehlererkennung*** und ***-korrektur*** • Verlustfreie ***Komprimierung*** • ***Datenschutz*** (Verschlüsselung, Kryptographie)
Schwächen, Nachteile	
• Bei jeder Übertragung, Speicherung und Vervielfältigung ***kommen weitere Störungen, zumindest Rauschen hinzu***	• Signale müssen ***eng begrenzte Pegel*** besitzen, insbesondere hinreichend, aber nicht zu groß sein • ***Sampling-Rauschen*** ist unvermeidlich * • Der **Takt** darf nicht verloren gehen *

Die ***Kontinuierliche Digitaltechnik*** s. u. ermöglicht u. a. die Nachteile * auszuschalten (s. u.)

Heute übliche Digitalisierung

Das kontinuierliche Signal f_S wird abgetastet und dann binär kodiert.
Der Takt-Abstand ΔT muss der maximalen Bandbreite B des Signals angepasst werden:

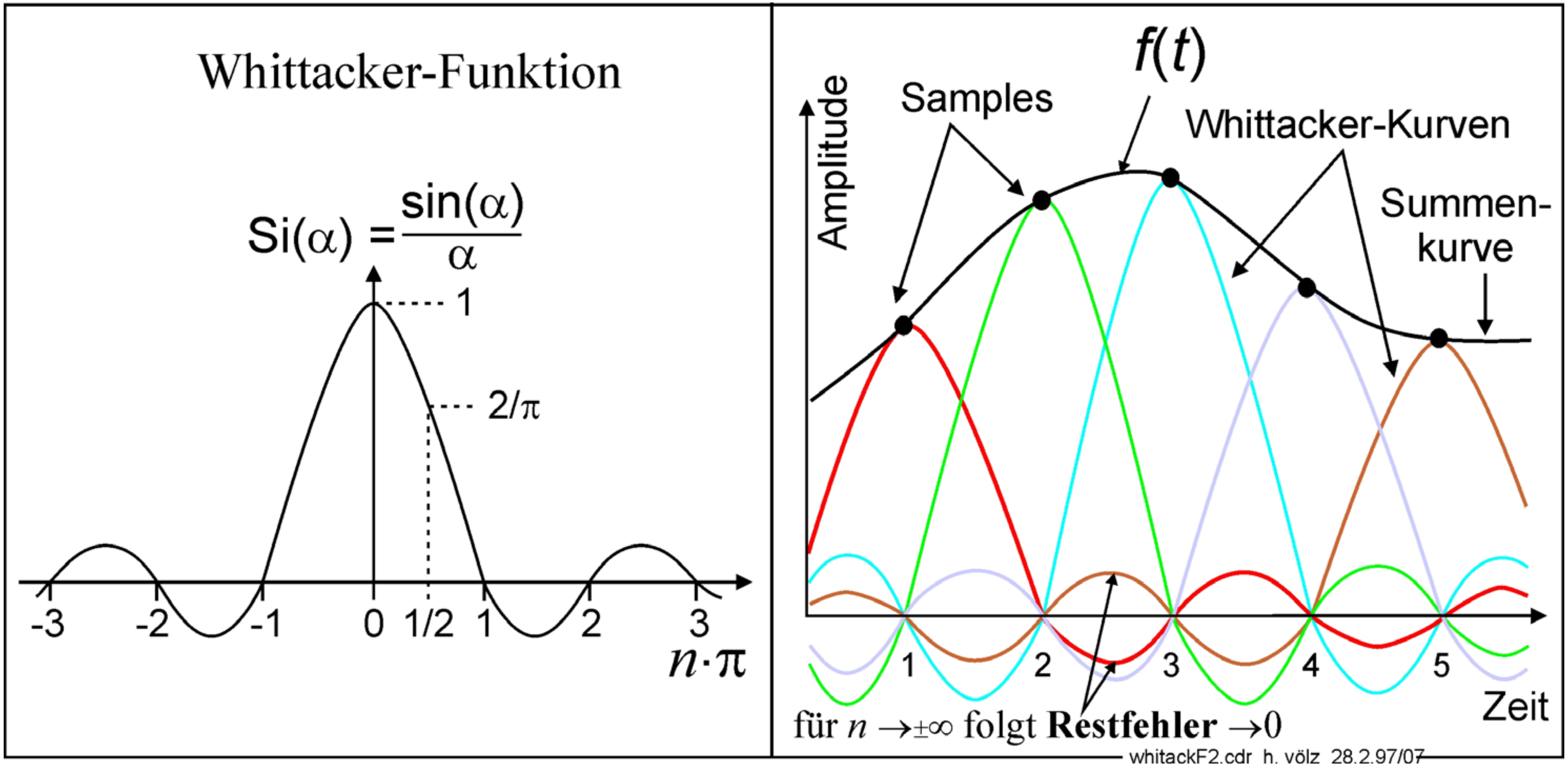
$$\Delta T \le \frac{1}{2 \cdot B}$$

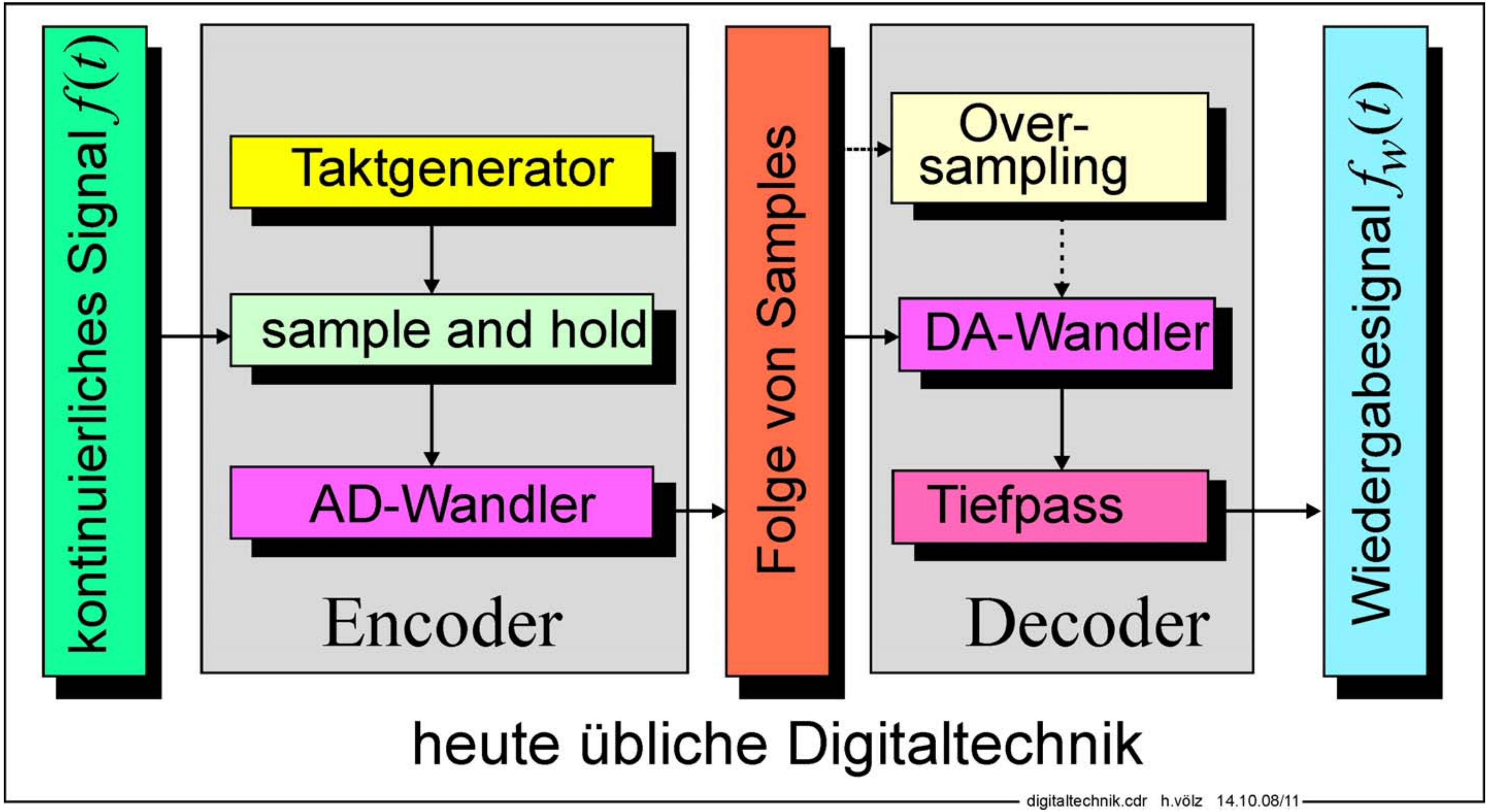
Dann ist (theoretisch) eine fehlerfreie Rückgewinnung des kontinuierlichen Signals f_S möglich.
Diese Rekonstruktion ermöglicht gemäß SHANNON die WHITTACKER-Funktion:

$$x = \frac{\sin(\alpha)}{\alpha}$$

Sie besitzt ihr Maximum bei $\alpha = 0$ und Nullstellen im Abstand $n/(2B)$ mit $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ usw.
Hierdurch überlappen sich die Samples fehlerfrei zur ehemals kontinuierlichen Funktion.
Dies bedeutet aber, dass das ursprüngliche Signal nur unter 3 Bedingungen fehlerfrei entsteht.

- Die Samples müssen im gesamten Intervall $t \in$ ($-\infty$ bis $+\infty$) vorliegen,
  das bedeutet eine ***unendliche Verzögerung*** für das Signal f_S.
- Die ***Amplituden-Werte*** müssen unverändert (kontinuierlich genau) vorliegen
  = dürfen nicht quantisiert sein.
- Die WHITTACKER-Funktion verlangt einen idealen (∞-steilen und phasenfreien) ***Tiefpass.***

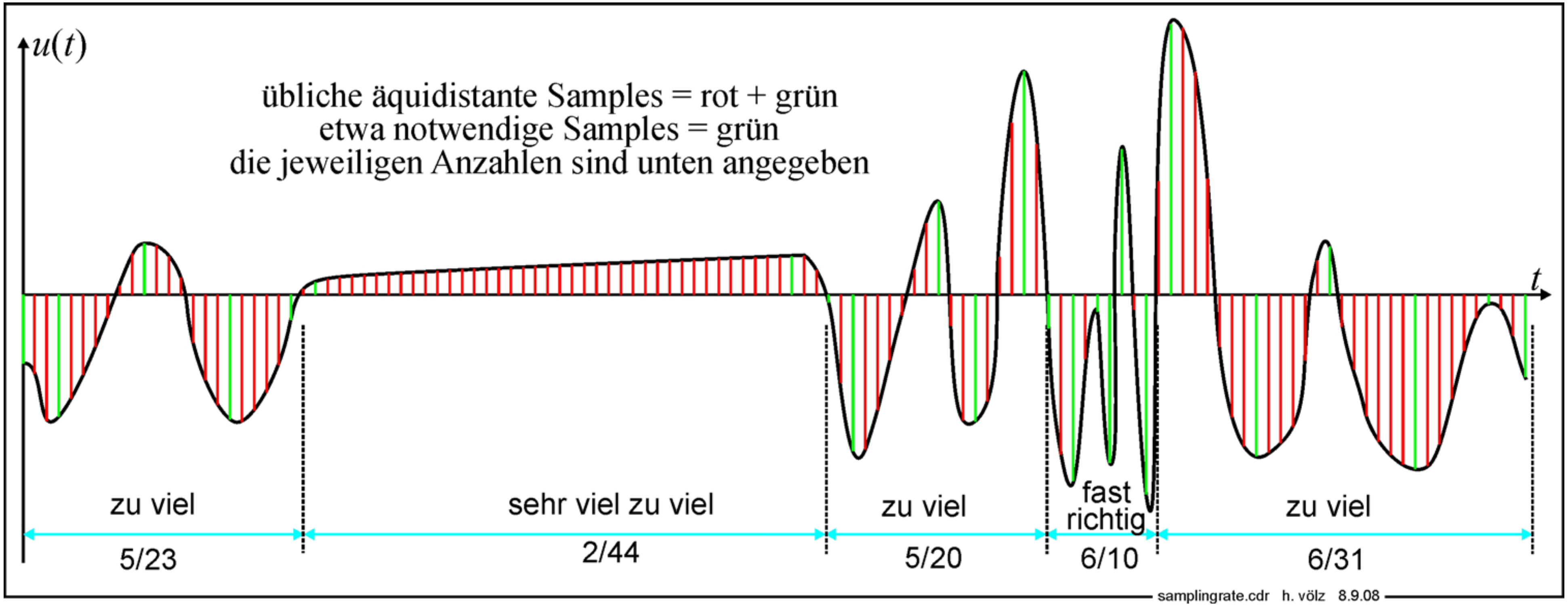

Whittacker-Funktion
Si(α) = sin(α)/α
1
2/π
-3 -2 -1 0 1/2 1 2 3
n·π
f(t)
Samples
Whittacker-Kurven
Summen-kurve
Amplitude
1 2 3 4 5
Zeit
für n →±∞ folgt Restfehler →0
whitackF2.cdr h. völz 28.2.97/07


kontinuierliches Signal $f(t)$
Taktgenerator
sample and hold
AD-Wandler
Encoder
Folge von Samples
Over-sampling
DA-Wandler
Tiefpass
Decoder
Wiedergabesignal $f_W(t)$
heute übliche Digitaltechnik
digitaltechnik.cdr h.völz 14.10.08/11

Weitere Schwächen der üblichen Digitalisierung

1. Alle ***Samples*** werden gemäß der höchsten Frequenz aufgenommen.
   Das ist sehr oft ***viel zu dicht.***
   Eine ***variable Taktrate*** ist leider sehr aufwändig und daher nicht gebräuchlich.
2. Unsere ***Sinnesorgane*** (Ohr, Auge) nehmen die physikalischen ***Reize etwa logarithmisch*** wahr.
   Prinzipiell ist nachträgliche Anpassung durch Weglassen von Amplitudenstufen möglich
   erfolgt für wenige Stufen z. B. beim Handy oder selten bei MP3.

Da beim kontinuierlichen Magnetband logarithmisch verteilte Amplitudenstufen vorliegen.
Sind gute alte Urbänder selbst für die SA-CD (Super-Audio-CD) ausreichend! (s. u.).



Das Sampling mit festem Takt erzeugt oft viel zu viele (unnötige = rote) Sampling-Werte

Die Digitalisierung ist bei kleinen Amplituden zu grob.

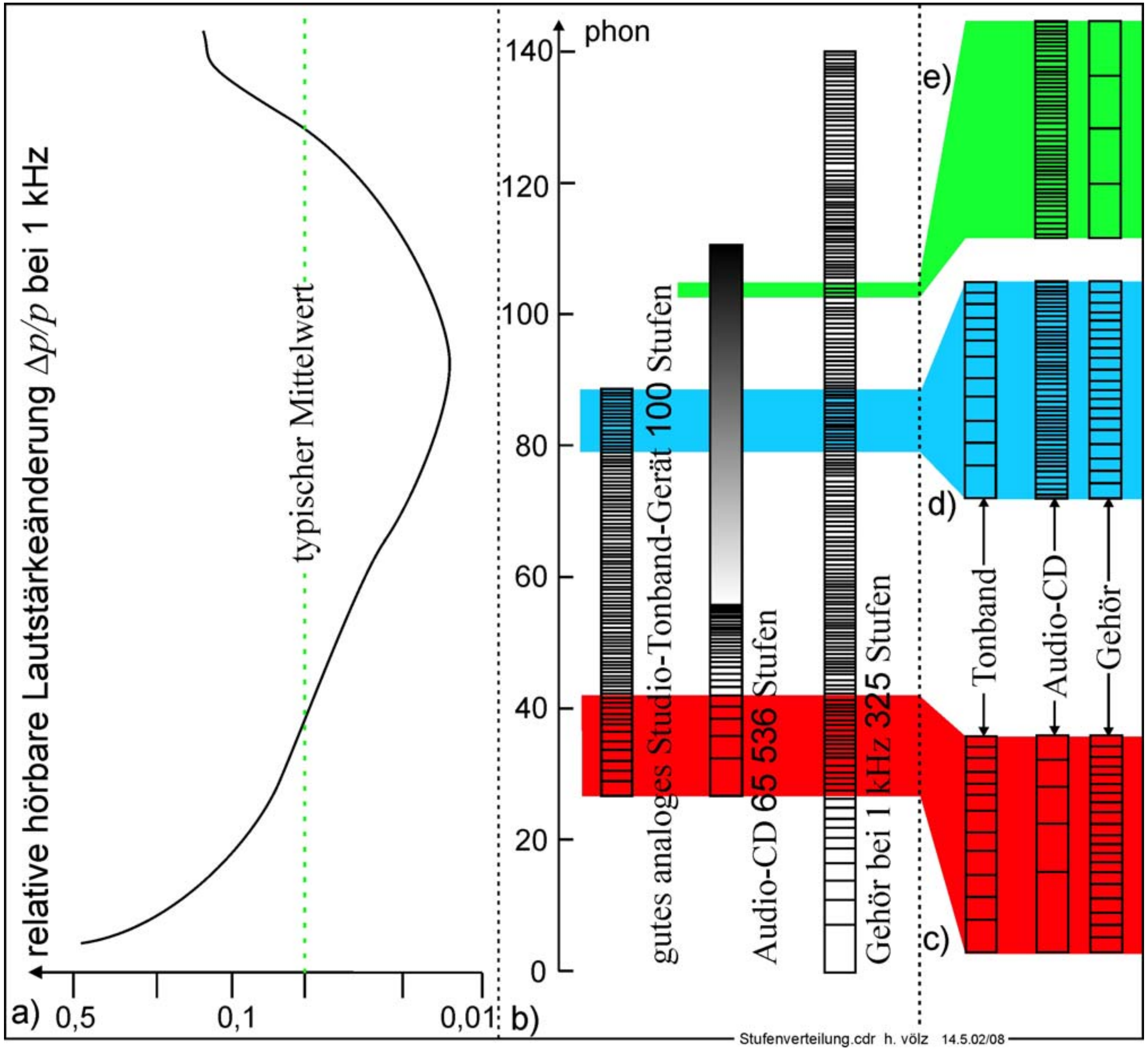
Es entsteht stark störendes Sampling-Rauschen.

Es wird meist mit 6 dB lauterem thermischen Rauschen verdeckt

Bereits bei mittleren Lautstärken ist das Sampling unnötig fein gestuft.

Das gilt noch stärker bei großen Lautstärken.

Für unser Gehör würden formal 325 Stufen ⇒ <9 statt 16 oder gar mehr als 24 Bit genügen.

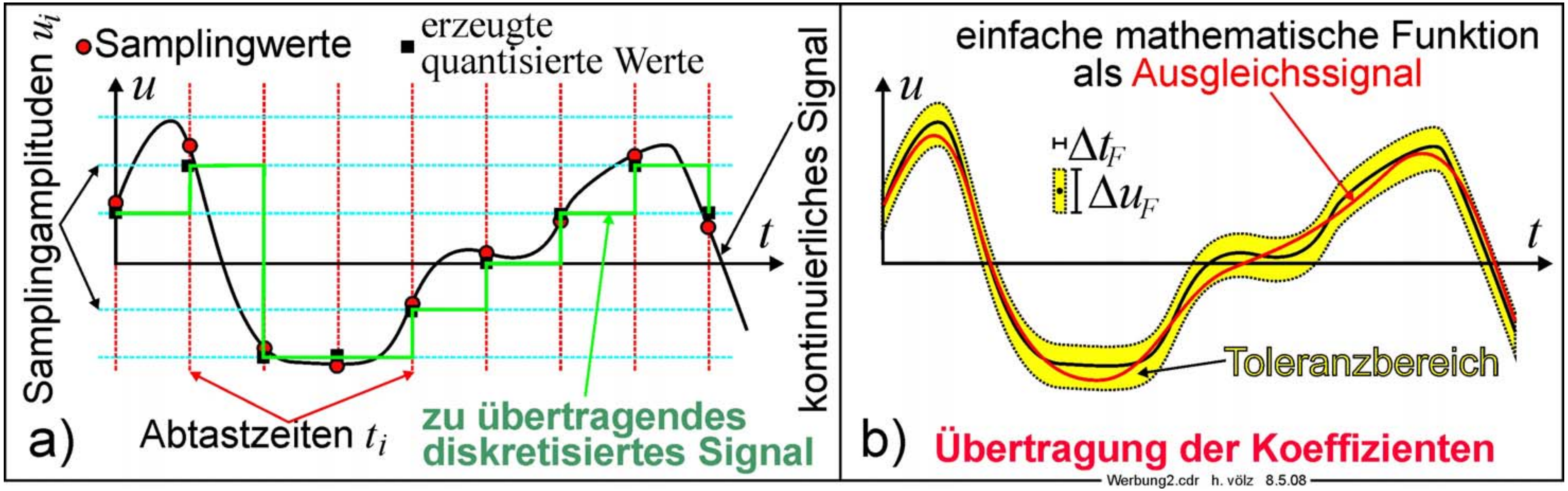


Kontinuierliche Digitaltechnik

Sie wurde von mir ab Januar 2007 entwickelt [Völz 2008]
Bei ihr werden ***keine Samples*** übertragen bzw. gespeichert
Es werden ***Intervalle*** (für Audio z. B. ≈20 ms) gebildet
In ihnen wird bzgl. des kontinuierlichen Signals eine ***Approximation*****-**Funktion erzeugt
Sie wird nur so „gut“ gewählt, dass die Differenz gegenüber dem Original nicht „bemerkbar“ ist
Bevorzugt erfolgt sie mit orthogonalen Funktionen, z. B. TSCHEBISCHEV**-**Funktionen
Nur die so bestimmten ***diskreten Koeffizienten*** werden ***übertragen*** bzw. ***gespeichert***
Fast immer sind das deutlich weniger als die sonst benötigten Samples

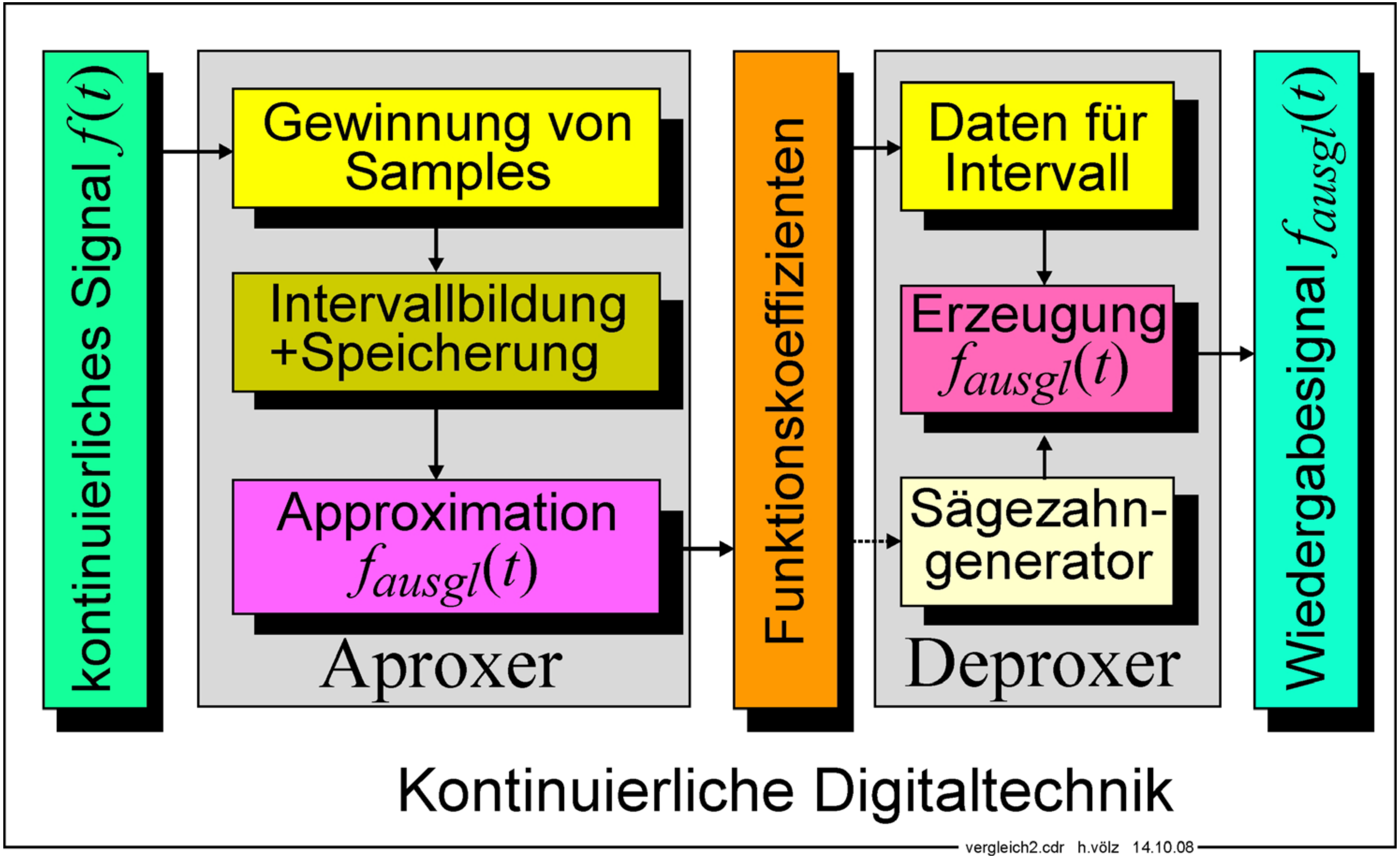
Bei der ***Wiedergabe*** wird mittels der Koeffizienten die ***kontinuierliche Approximation*** erzeugt
Mittels eines ***linearen Sägezahns*** wird daraus das Ausgangssignal hergestellt
So ist das ***Wiedergabesignal unmittelbar kontinuierlich*** und völlig frei von Sampling-Rauschen
Es entfällt sogar der teuere Tiefpass.

Übliche ⇔ kontinuierliche Digitalisierung

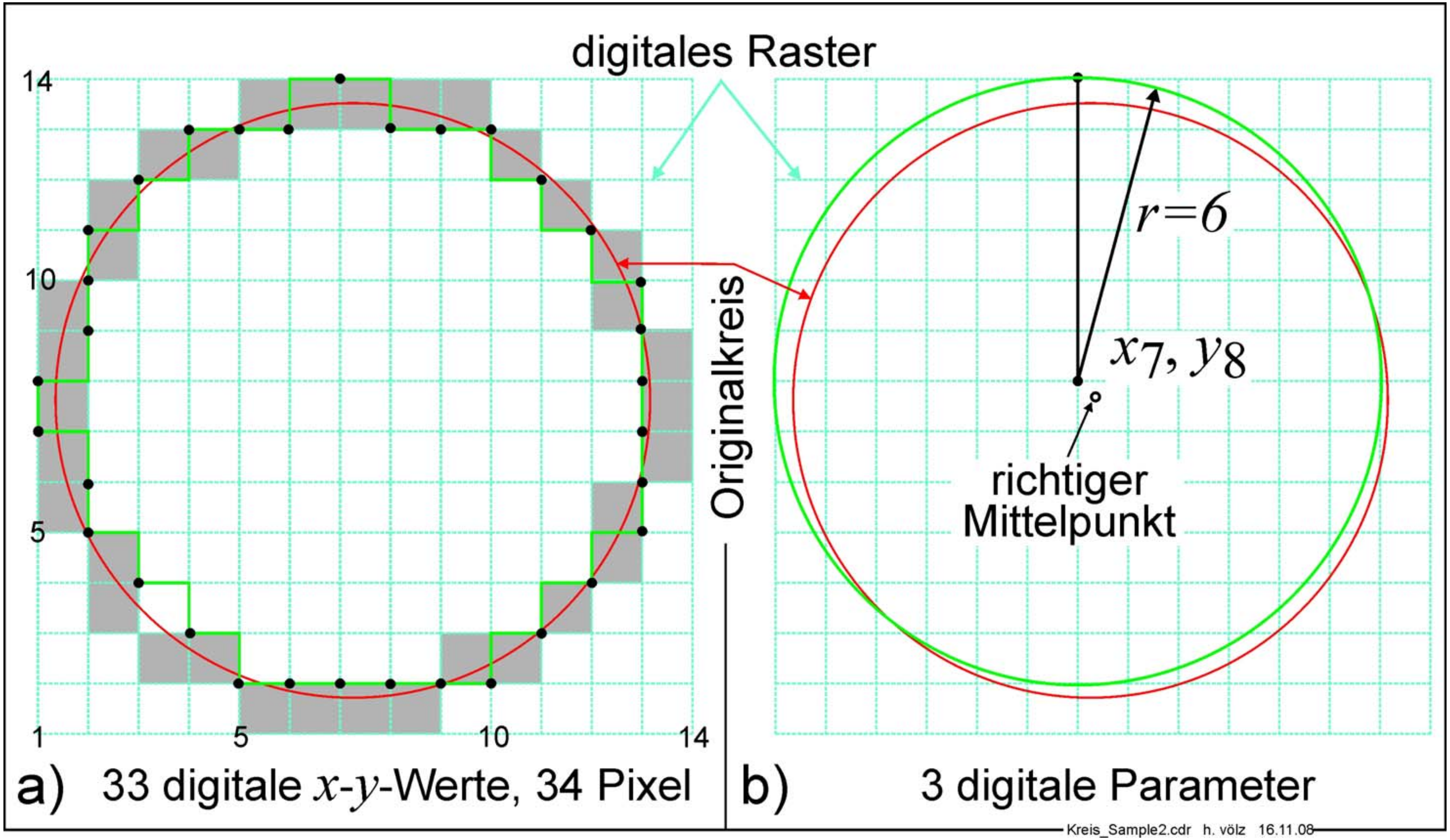


Übliche Digitaltechnik bildet Samples mit Takt Δt und festen Amplitudenstufen Δu
es entstehen die o. g. Fehler und Sampling-Rauschen

Kontinuierliche Digitaltechnik erzeugt eine möglichst einfache Approximation zum Signal
Nur die diskreten Koeffizienten der Approximations-Funktion werden digital übertragen
Meist werden so deutlich weniger Werte als bei der üblichen Digitalisierung benötigt
Außerdem ist das Wiedergabe-Signal sofort kontinuierlich


kontinuierliches Signal $f(t)$
Gewinnung von Samples
Intervallbildung +Speicherung
Approximation $f_{ausgl}(t)$
Aproxer
Funktionskoeffizienten
Daten für Intervall
Erzeugung $f_{ausgl}(t)$
Sägezahn-generator
Deproxer
Wiedergabesignal $f_{ausgl}(t)$
Kontinuierliche Digitaltechnik
vergleich2.cdr h.völz 14.10.08

Beispiel: Digitalisierung eines Kreises



Ergebnis

Bezogen auf das obige Beispiel gilt folgendes:

Übliche Digitalisierung

Es müssen ***33 x-y-Werte*** übertragen werden $\Rightarrow$
Wiedergabe erzeugt 33 Punkte = schwarze Kreise, grüne gezackte Kurve oder graue Quadrate

Kontinuierliche Digitaltechnik

Es wird der Kreis im Sinne der Approximation definiert
Dann genügen ***3 Parameter***: Mittelpunkt: $x = 7$; $y = 8$ und Radius: $r = 6$
Die Wiedergabe erzeugt einen ***exakten kontinuierlichen Kreis***
Sein Mittelpunkt und Radius weichen unwesentlich vom Original ab
Er liegt aber innerhalb der Toleranzen der grauen Quadrate bei der üblichen Digitalisierung

Ein weiterer Vorteil

Unsere Sinnesorgane nehmen ***logarithmisch*** wahr

Daher kann auch der Toleranzbereich, das Ausgleichssignal logarithmisch gewählt werden

Das ermöglicht eine ***weitere Reduzierung*** der erforderlichen Parameter

Evtl. können sich dabei für die ***Akustik*** Probleme ergeben

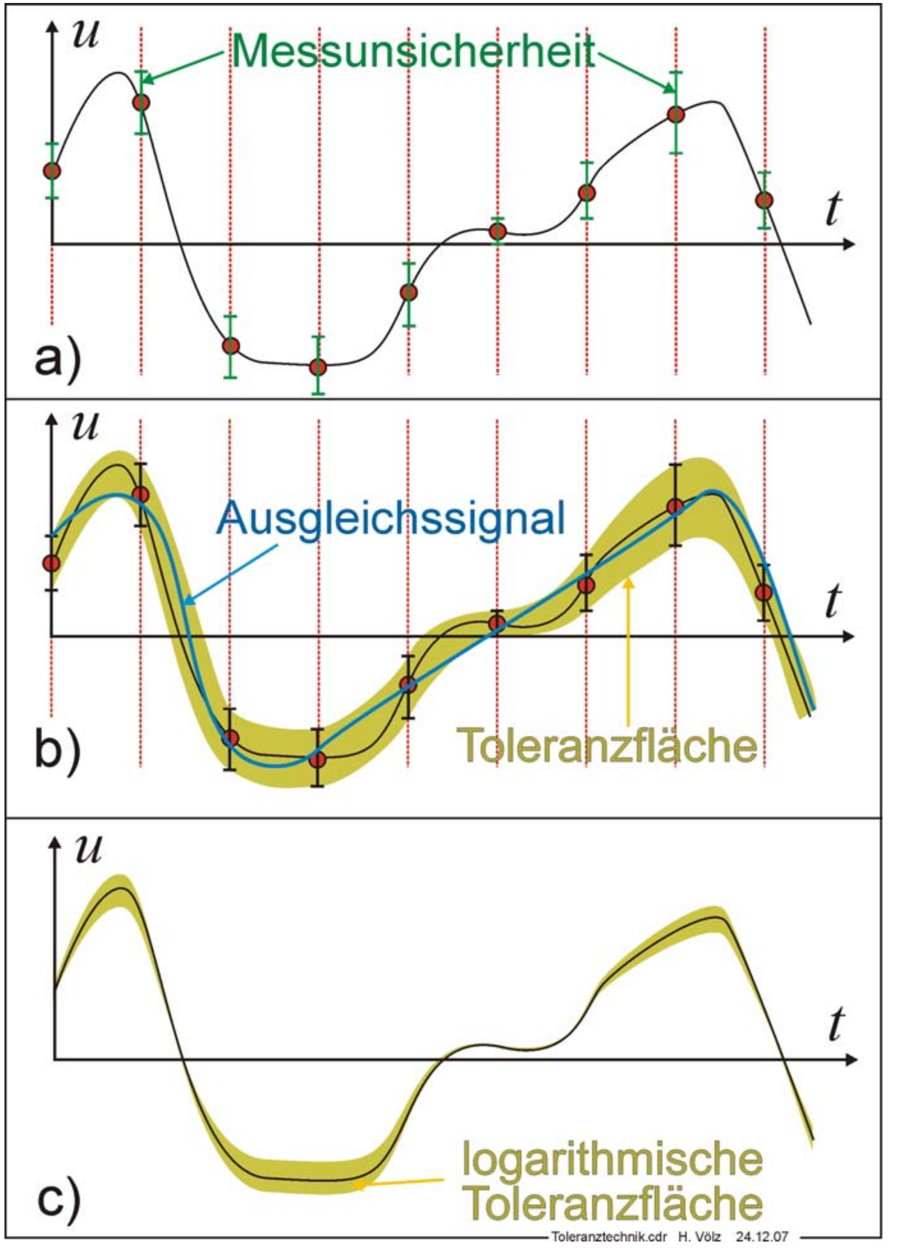
Teilweise können zusätzliche Oberwellen entstehen

Es ist jedoch nicht sicher, dass wir wirklich per FOURIER-Analyse hören

Das hydrodynamische Kompressionsmodell der Schnecke lässt Anderes erwarten

Das ist leider nicht genügend untersucht

Beachte Handy und MP3!



Z. Z. bekannte Probleme

Die Kontinuierliche Digitaltechnik bietet viele technische Vorteile
Wesentlich ist die theoretisch völlig neue und technisch effektive Art der Digitalisierung
Die übliche Digitalisierung hat sich aber in rund 40 Jahren erfolgreich etabliert
Daher dürfte es schwer sein, eine neue, wenn auch deutlich bessere Lösung breit einzuführen
Hinzu kommt, dass es noch etliche offene Fragen gibt. Die wesentlichen seien aufgezählt

- Für eine breite Anwendung sind noch viele experimentelle und theoretische Untersuchungen sowie proprietäre Anwendungen notwendig, die schließlich zu „Normungen“ führen
- Die „fehlerarme“ Verbindung der Intervalle (ohne Sprünge) erfordert neue, sehr leistungsfähige Approximationen, z. B. GAUß-LOBATTO-Knoten
- Ungeklärt ist das Cuttern und Mischen von Dateien. Prinzipiell ist allerdings zeitweilig zwischengeschaltet ein Übergang zu üblichen Signalen (Audio z. B. WAV-Dateien) möglich.
- Alle bisherigen Untersuchungen erfolgten an 1D-Signalen (Audio). Es liegen z. Z. keine Erfahrungen (und Approximationen) für 2D und 3D vor (Bilder, Video), und dass, obwohl hier noch größere Vorteile zu erwarten sind.

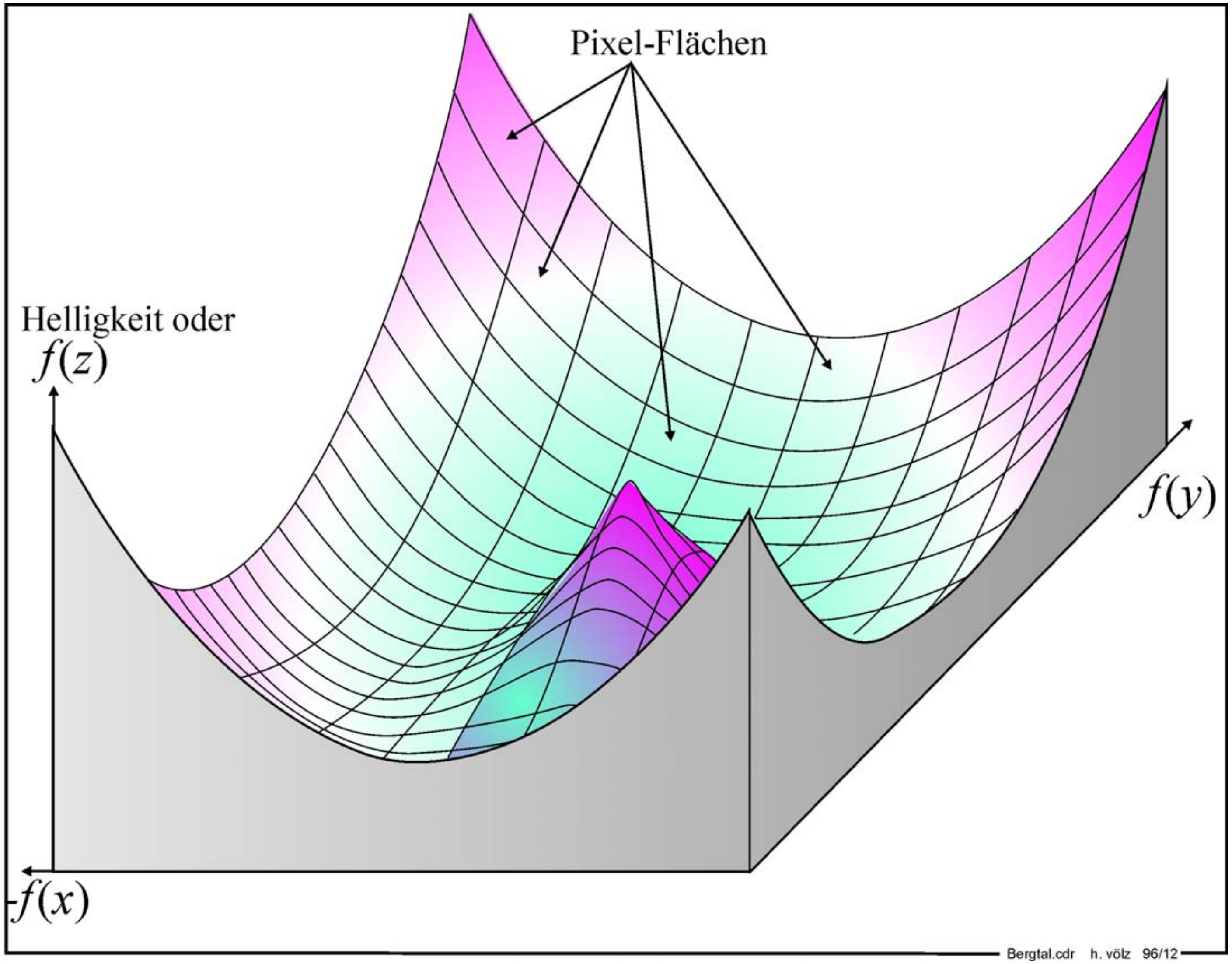
In jeden Fall dürfte es nützlich sein, auf diesem neuen Gebiet Forschung zu betreiben.
Zusätzlich kommen aber auch noch viele neue und vielleicht unbekannte Möglichkeiten hinzu.

Erweiterung auf Flächen, Bilder

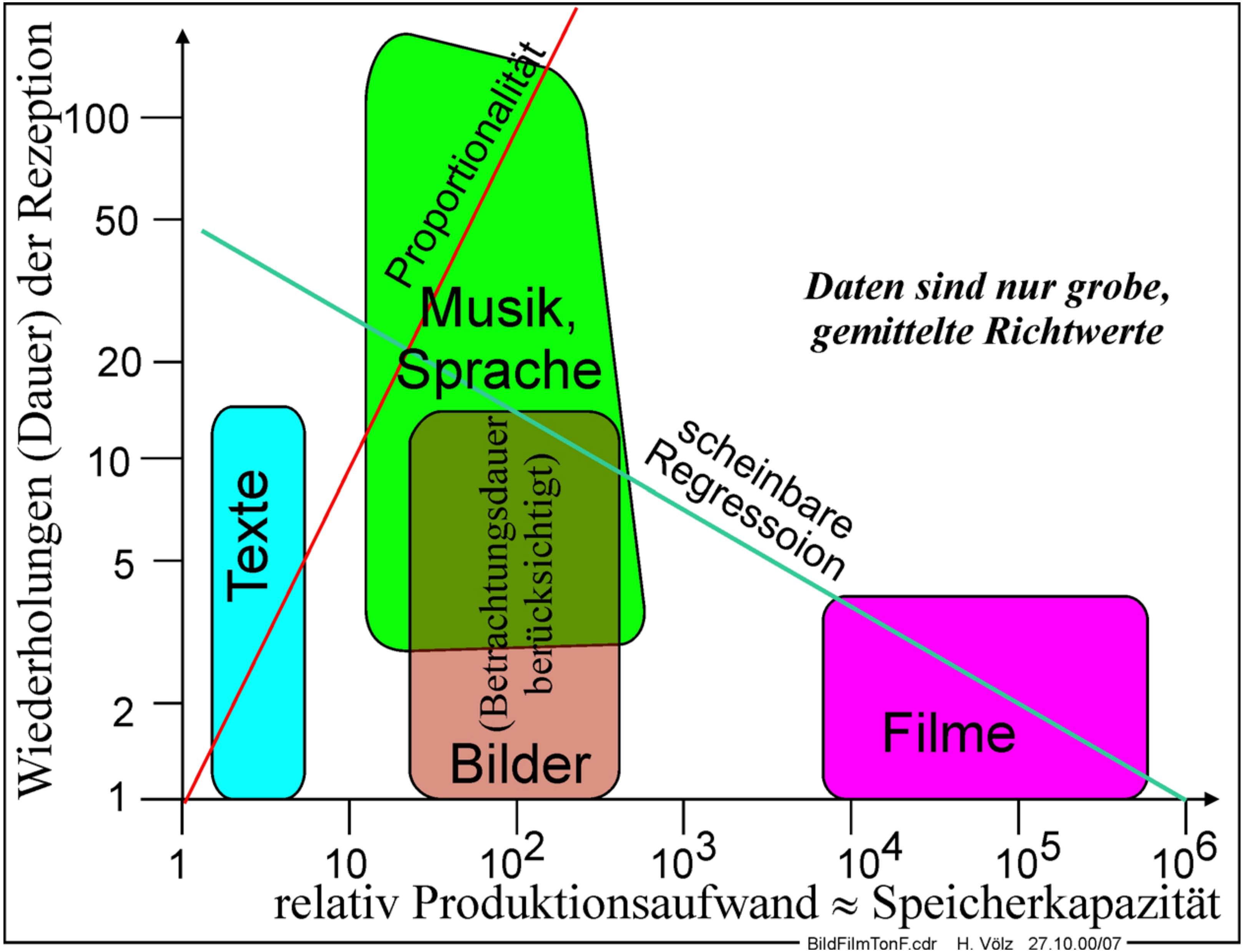
Für digitalisierte Bildern werden ähnlich dem Sampling-Theorem Pixel der Höhe *h* eingeführt.
In *x*- und *y*-Richtung entspricht ihr Abstand einer Samplingrate Δs.
Bei einer Bildlänge *l* und Bildbreite *b* sind dann $l \cdot b / \Delta s^2$ Pixel erforderlich.
Doch die Bilddaten können wiederum durch eine Approximations-Funktion genähert werden:

$$h \approx f(x, y), \text{ z. B. } \mathrm{h} = a + b_1 x + b_2 y + c_1 x^2 + c_2 y^2 + c_3 xy \ \dots .$$

und dann durch die gewonnenen Parameter erfasst werden.
Dann sind nicht mehr die vielen Pixelwerte,
sondern nur noch die ***deutlich weniger Parameter*** zu übertragen bzw. zu speichern.
Bei der Wiedergabe wird mittels der Funktion erneut das ***kontinuierliche Bild ohne Pixel*** erzeugt.
Teilweise kann so der ***Widerspruch*** zwischen ***Audio- und Bild-Verarbeitung*** aufgeklärt werden.
Allgemein sind dafür jedoch zusätzliche ***Kodierungsprobleme*** zu beachten.
Hierauf kann hier leider nicht eingegangen werden [9].



Pixel-Flächen
Helligkeit oder
f(z)
f(y)
-f(x)
Bergtal.cdr h. völz 96/12


Wiederholungen (Dauer) der Rezeption
100
50
20
10
5
2
1
Proportionalität
Musik,
Sprache
Texte
(Betrachtungsdauer
berücksichtigt)
Bilder
Daten sind nur grobe,
gemittelte Richtwerte
scheinbare
Regressoion
Filme
1
10
10^2
10^3
10^4
10^5
10^6
relativ Produktionsaufwand ≈ Speicherkapazität
BildFilmTonF.cdr H. Völz 27.10.00/07

Weitere Verallgemeinerungen

Die nächste Erweiterung betrifft ***farbige Bilder,*** für die z. B. h_{rot}, $h_{grün}$ und h_{blau} genügen würden.

Auch der Übergang zu ***Stereo-Bildern*** bereitet keine neuen Probleme.

Selbst für beliebig ***gekrümmte Oberflächen*** sind nur zusätzlich gekrümmte Koordinaten notwendig.

Auch ***räumlichen Gebilde*** können durch einen Übergang zu ***drei Dimensionen*** bezüglich Belegungsdichten behandelt werden.

In allen Fällen kann schließlich mit einer ***zusätzlichen Dimension*** auch ***Zeit*** berücksichtigt werden.

So entsteht eine **universelle digitale Beschreibung** einer **kontinuierlichen Welt** mittels **digitaler Koeffizienten** und dazu gehörenden **kontinuierlichen Funktionen.**

Auf diese Weise wäre ein ***Rechner*** für ***beliebige kontinuierliche Raum-Zeit-Daten*** möglich, der alles vollständig mittels relativ ***weniger digitaler Parameter*** erfasst.

Er umfasst so fast alle Eigenschaften des Analog- und Digitalrechners.

p. s.: Ob so den Parametern spezielle Eigenschaften zugesprochen werden können, ist ungeklärt. Vielleicht könnten sie fundamentale Systemeigenschaften aufzeigen, wie etwa die Konstanten oder Teilchen in der der Physik.

Literatur

[1] Shannon, Cl.: A Mathematical Theory of Communication) Bell Systems Technical Journal 27 (Juli 1948) S. 379-423 und (Oktober 1948) S.623 - 656. (eingereicht 24.3.1940). (Ebenfalls in: University Illonois Press 1949). Teil 2 auch: Communication in the Presence of Noise. Proc. IRE 37 (1949). pp. 10 - 20. (eingereicht 24.3.1940). Übersetzt: Mathematische Grundlagen der Informationstheorie. R. Oldenbourg, München - Wien, 1976

[2] Völz, H.: Elektronik. Grundlagen - Prinzipien - Zusammenhänge. 5. Aufl. Akademie Verlag, Berlin 1989

[3] Völz, H.: Grundlagen der Information. Akademie-Verlag Berlin 1991

[4] Völz, H.: Wissen - Erkennen - Information. Allgemeine Grundlagen für Naturwissenschaft, Technik und Medizin. Shaker Verlag, Aachen 2001

[5] Völz, H.: Kontinuierliche Digitaltechnik. Shaker-Verlag, Aachen 2008

[6] Für die ***Zeitkurven von Begriffen***. download 5.8.11: http://www.culturomics.org/home und http://ngrams.googlelabs.com/graph

Ergänzenden Folien können von meinen Homepage (z. B. r-h-voelz.de) herunter geladen werden, u. a.:

[7] Raum_Zeit.pdf; [8] 2Weltsicht.pdf; [9] GrafikCode.pdf; [10] InforKybern.pdf; [11] InftheorieHU.pdf;