Martin Donner (2006)

Fouriers Beitrag zur Geschichte der Neuen Medien

> "Ich habe mir vorgenommen, in diesem Werke die mathematischen Gesetze, welchen die Verbreitung der Wärme gehorcht, zu entwickeln und glaube, dass die nachfolgende Theorie einen der wichtigsten Zweige der ganzen Physik ausmachen wird."[1]

Mit diesen schlichten Worten aus der Einleitung seiner *Analytischen Theorie der Wärme* deutet *Jean Baptiste Joseph Fourier* bereits jene Tragweite an, die seine als Fourier-Analyse bekannte mathematische Theorie für Wissenschaft und Ingenieurswesen bis heute besitzt. *Maxwell*, einer der Begründer der Theorie des Elektromagnetismus, bezeichnete sie gar als "großartiges mathematisches Gedicht" und der englische Physiker *Lord Kelvin* befand es für außerordentlich schwierig zu entscheiden, ob deren Resultate mehr für ihre "einzigartig originäre Qualität, ihre geradezu metaphysische mathematische Bedeutung oder ihre seitdem in der Physik nicht mehr wegzudenkenden Verfahrensweisen gerühmt werden müssen".[2] In der Tat bilden Fouriers Theoreme noch immer die Grundlage zahlreicher technischer und wissenschaftstheoretischer Entwicklungen, und durchdringen vor allem seit dem Siegeszug der Digitaltechnologie unser aller Leben, so dass sie zum allgemeinen Wissensschatz moderner Gesellschaften gezählt werden können. Der vorliegende Text will vor dem Hintergrund von Fouriers Theorie und ihrer Entstehungsgeschichte einen Überblick über ihren Beitrag zur Theoriebildung und Entwicklung der technischen Medien im 19. und 20. Jahrhundert geben. Dazu wird die Genese der verschiedenen Verfahren, die heute unter dem Sammelbegriff der *Fourier-Analyse* zusammengefasst werden, historisch nachvollzogen sowie deren jeweilige medientechnische und -epistemologische Auswirkungen aufgezeigt. Denn zwar beziehen sie sich alle auf Fouriers Ideen, wurden aber teilweise erst nach seinem Tod und in unterschiedlichen Kontexten entwickelt. Zu guter letzt wird das Denken, das Fourier mit seiner Theorie angestoßen hat, zusammengefasst und dessen Konsequenzen für die wissenschaftstheoretischen Grundlagen medientechnischer Entwicklungen beleuchtet.

Ungewöhnlich an Fouriers Theorie war bereits die Wahl seines Forschungsgebietes: die Ausbreitung und Diffusion von Wärme.[3] Zuvor standen hauptsächlich die allgemeine und die Himmelsmechanik im Zentrum des wissenschaftlich-

---

1 Fourier, Jean Baptiste Joseph (1768-1830): *Analytische Theorie der Wärme* (1822). Deutsche Ausgabe: Berlin 1884, Vorwort S. VII

2 Zitiert und übersetzt aus Burke Hubbard, Barbara: *Wavelets. The Story of a Mathematical Technique in the Making*. Wellesley (US) 1996, S. 6ff

3 Fouriers Faszination für das Phänomen der Wärme wird im Allgemeinen mit seinem Ägyptenaufenthalt erklärt, wo ihn angeblich das Flimmern der erhitzten Luftschichten inspirierte. Dazu kam die Überzeugung, sein Asthma und Rheuma mit deren Hilfe therapieren zu können, so dass er Zeitgenossen zufolge seine Wohnung stets unerträglich heiß hielt.

physikalischen Interesses und Fourier betrachtete sich durchaus auch selbst als wissenschaftlichen Pionier, wenn er schreibt:

> "Die den Alten unbekannten von Des Cartes in das Studium der Kurven und Flächen eingeführten analytischen [Differential-]Gleichungen sind nicht allein auf die Geometrie und die rationelle Mechanik beschränkt, ihre Anwendung erstreckt sich auf *alle* allgemeinen Erscheinungen."[4]

Die mathematische und wissenschaftstheoretische Brisanz seiner Theorie entstand jedoch aus der Behauptung, "dass man auch Functionen, die keinem festen Gesetze unterworfen sind, und die graphisch ganz unregelmäßig geformte oder mit Diskontinuitäten versehene Curven darstellen, doch nach convergenten Reihen entwickeln oder auch durch bestimmte Integrale auszudrücken vermag."[5] Diese so genannten *trigonometrischen Reihen*, mit denen sich demnach auch Diskontinuitäten darstellen lassen, bestehen dabei aus nichts anderem als harmonischen Sinus- und Kosinusschwingungen, deren Frequenz jeweils ein Vielfaches ihrer Grundfrequenz beträgt. Nun war die Behauptung nicht neu, dass sich komplexe Schwingungsverläufe als Summe einfacher Schwingungen beschreiben lassen.[6] Bereits Mitte des 18. Jahrhundert hatten sich *Euler*, *Bernoulli* und *D´Alembert* für die Berechnung des Schwingungsverhaltens von Saiten ähnlicher Verfahren bedient, doch sie alle hatten es nicht für möglich gehalten, dass sich auf diese Weise auch nicht stetige, sprunghafte Funktionen beschreiben lassen.[7] Fourier, der lediglich die bereits vorhandenen aber wieder verworfenen Ideen aufgriff und sie einer neuen Untersuchung unterzog, ging jedoch noch einen entscheidenden Schritt

---

4 Analytische Theorie der Wärme, Vorwort S. XIIIf

5 Analytische Theorie der Wärme, S. 7. Auf S. 450 spezifiziert er genauer: "Ich habe allgemein gezeigt, dass jede arbiträre Function, *wenn sie nur überall bestimmte Werte besitzt*, mag sie sonst in ihrem Verlauf eine stetig gekrümmte Curve oder solche eckige Figuren wie Dreiecke oder Trapeze vorstellen, sich durch convergente trigonometrische Reihen oder durch bestimmte Integrale ausdrücken lässt."

6 Die Verwendung "trigonometrischer Summen" zur Beschreibung periodischer Erscheinungen geht bis auf die Babylonier zurück, die Vorstellungen dieser Art benutzten, um astronomische Ereignisse vorauszusagen. (Vgl. Oppenheim/Willsky: *Signale und Systeme*. Weinheim 1989, S. 134) Interessant ist in diesem Zusammenhang auch, dass Fourier im selben Land zu seinen Untersuchungen inspiriert wurde, in dem schon *Thales* angeblich beim Anblick der Pyramiden zu seinem Satz ähnlicher Dreiecke, dem ältesten bekannten Lehrsatz von Geometrie und Trigonometrie, inspiriert worden war. Doch wo sich die Vermessungen der Antike auf sichtbare Phänomene beschränkten (Landparzellenvermessung im jährlich überfluteten Nildelta, Größenverhältnisse, Entfernungen), da markieren Fouriers Forschungen eine neue Epoche, die sich seit Mitte des 18. Jahrhunderts verstärkt daran macht, nunmehr auch unsichtbare Phänomene zu vermessen und mathematisch zu durch-dringen.

7 Nachdem *Euler* 1748 erstmals trigonometrische Summen verwendet hatte, um das Schwingungsverhalten von Saiten zu beschreiben, behauptete *Bernoulli* 1753, dass alle physikalischen Bewegungen einer Saite durch Linearkombinationen von normalen Schwingungsformen dargestellt werden könnten. Er bediente sich dazu des so genannten »Produktansatzes«, der die Auslenkung der Welle als Produkt zweier Funktionen $w(x, t)$ beschreibt: einer Zeitfunktion $f(t)$ und einer Ortsfunktion $W(x)$. Seine Lösung beschreibt die Bewegung der Saite als stehende Welle, während *D´Alemberts* alternative Lösung sie als fortschreitende Welle charakterisiert. – Die Bewegung der Saite bleibt in beiden Lösungen dieselbe. Da es nicht gelang, diese Ansätze mathematisch zu beweisen wurden sie nicht allgemein anerkannt und nachdem *Lagrange* 1759 heftige Kritik an der Verwendung trigonometrischer Reihen zur Beschreibung von Saitenschwingungen übte, da er es nicht für möglich hielt, dass so auch Signale mit "Ecken" beschrieben werden können, verwarf selbst Euler die trigonometrischen Reihen wieder. (Vgl. Oppenheim/Willsky S. 134ff; Barkowsky: *Das Fourier-Theorem in musikalischer Akustik und Tonpsychologie*. Frankfurt/M 1996, S. 83ff)

weiter. Er verwies nicht nur auf die Möglichkeit der Darstellung von Diskontinuitäten, sondern entwickelte mit den *Fourier-Integralen*

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (a(y) \cos xy + b(y) \sin xy)\, dy$$

auch eine Darstellung der Reihen für aperiodische Funktionen.[8] Zudem gelang es ihm, ein bis dahin unbekanntes Verfahren zu entwickeln, das die Lösung linearer Differentialgleichungen mit zwei Variablen ermöglichte und so mit der Berechnung der Koeffizienten a_i und b_i auch eine konkrete rechnerische Anwendung seiner Theorie erlaubte.[9] Auf diese Weise eröffnete er den Naturwissenschaften mit seinen Transformationen, mit denen annähernd jede Funktion vom Orts- in den Frequenzraum und verlustfrei wieder zurück transformiert werden konnte, völlig neue Perspektiven auf diverse Problemstellungen, die bis dahin als unlösbar galten. Da Fourier sich bereits während seiner Forschungen darüber im Klaren war, welche Bedeutung seine Feststellungen für Theorie und Praxis der Naturwissenschaften hatten, stellte er schon im Vorwort seiner *Analytischen Theorie* selbstbewusst fest: "Man wird leicht erkennen, wie sehr diese Untersuchungen die Wissenschaft sowohl als die Praxis interessieren müssen" und: "Sie müssen auch mit den Speculationen über das Weltsystem in Verbindung stehen."[10] Denn nicht nur, dass "dieselben Theoreme, die uns die Integrale der Differentialgleichungen für die Wärmebewegung kennen lehren sich auch unmittelbar auf Fragen der Analysis überhaupt und auf Probleme der Dynamik anwenden [lassen], deren Lösung man lange vergeblich gesucht hat"[11], sondern sie zeigen zugleich auch, wie man viele Erscheinungen, deren physikalische Erklärungen man schon lange kannte, "exact zu messen vermag."[12] Zudem gab Fourier mit seiner Lösung "bequeme Mittel an die Hand, den numerischen Betrag […] auszuwerten", denn "erst dadurch werden die analytischen Rechnungen für die Naturwissenschaft fruchtbar."[13]

---

8 Die Untersuchungen zuvor hatten sich alle nur auf periodische Funktionen bezogen. Während Fourier diese in Summen harmonisch verwandter Sinussignale transformierte, stellen seine gewichteten Integrale aperiodische Funktionen als Summe von Sinusfunktionen dar, die *nicht* alle harmonisch verwandt sind. Ein guter Überblick über die mathematischen Zusammenhänge und Verfahrensweisen der Fourier-Analyse findet sich in Oppenheim/Willsky.

9 In den Koeffizienten ist sowohl die Information über die Phase als auch über die Amplitude der Schwingungen kodiert. Sie zu bestimmen ist das Ziel der Fourier-Analyse.

10 Analytische Theorie der Wärme, Vorwort S. VIII

11 Ebd. S. XIII

12 Ebd. S. X; Fourier verweist bezüglich der Anwendungsmöglichkeiten seiner Theorie nicht nur auf Wärmephänomene, sondern auch auf "die Bewegungen der Gestirne, die Ungleichheiten ihrer Bahnen, ihre körperlichen Formen […], und das Gleichgewicht und die Oscillationen der Meere, die harmonischen Vibrationen der Luft und der tönenden Körper, die Transmission des Lichtes, die Capillarität, die Schwingungen der Flüssigkeiten, kurz die compliciertesten Effecte aller Naturkräfte." (Ebd. S. VIIf)

13 Ebd. S. 7; Fourier spielt hier auf eben jene Tatsache an, dass der Lösungsweg einiger bereits bekannter Differentialgleichungen bis dahin noch nicht bekannt war, so dass zwar mathematische Zusammenhänge hergestellt waren, die sich einer rechnerischen Auswertung und damit ihrer technischen Nutzbarmachung jedoch entzogen. Er stellte weiterhin fest: "Solange man eine solche numerische Auswertung noch nicht erreicht hat, bleiben die Lösungen unvollständig oder unnütz, denn die Wahrheit, […] liegt in den analytischen Formeln nicht weniger tief verborgen, als in dem physikalischen Problem selbst." (Ebd.)

Der Bruch, den Fourier in seinen Analysen mit dem bis dahin in der Wissenschaft vorherrschenden Weltbild vollzog, hätte radikaler kaum sein können: Indem er ein Verfahren entwickelt hatte, mit dem sich die Reihen auch auf nicht periodische Funktionen anwenden lassen, und man daraus "den Schluss ziehen [kann], dass keine einzige Function existirt, die nicht wenigstens in einem Teil ihres Verlaufs durch eine bestimmte trigonometrische Reihe ihre Darstellung findet",[14] behauptet er zu-gleich, ein universales Beschreibungs- und Berechnungsmodell für *alle* Naturerscheinungen geschaffen zu haben, welches mit dem aus der griechischen Antike stammenden statisch-atomistischen Materieverständnis radikal bricht und alle physikalischen Phänomene prinzipiell als Summen von Schwingungen begreift. Bernhard Siegert bringt es auf den Punkt wenn er schreibt: "Die Materie hörte auf, newtonianisch zu sein […]. Die Materie Fouriers wabert."[15] Dieser Schnitt mit einer tief im wissenschaftlichen Denken seiner Zeit verwurzelten abendländischen Denktradition ist der große Verdienst von Fouriers *Analytischer Theorie*, die auf diese Weise Mathematik und Physik revolutionierte und in Zusammenhang mit seinen auf Berechenbarkeit abzielenden Methoden unzählige neue Verfahrensweisen sowie die Entwicklung einer neuen Generation von technischen Medien ermöglichen sollte.[16]

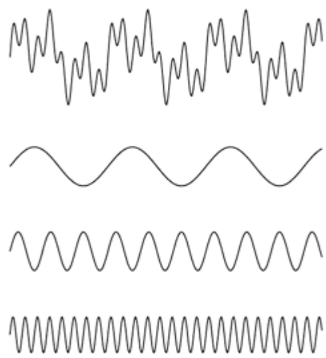


Abb.1: Der Schwingungsverlauf oben kann in die drei unteren Schwingungen zerlegt werden.

Doch trotz der neuen Perspektiven und Möglichkeiten, die Fouriers Theoreme eröffneten, wurden sie nicht von allen Zeitgenossen gleichermaßen geschätzt und erlangten so lange nicht die Bedeutung, die sie für darauf folgende Generationen von Wissenschaftlern einnehmen sollten. Das lag neben dem Fehlen eines allgemeingültigen mathematischen Beweises sicher auch daran, dass Fouriers Feststellungen bezüglich der Darstellung unstetiger Funktionen bereits vor ihm bekannt und von führenden Mathematikern wieder verworfen worden waren. Dazu kam, dass er eben jene Funktionen in den Blickpunkt der Mathematiker rückte, die bis dahin außer Acht gelassen worden waren, als er feststellte:

---

[14] Analytische Theorie S. 429f; In der Tat weist Fourier hier selbst bereits implizit auf die Möglichkeit der erst viel später von *Gabor* entwickelten »gefensterten« oder auch »short-time Fourier-Analyse« hin. (Vgl. S. 19)

[15] Siegert S. 242.

[16] Bereits zu Beginn des 18. Jahrhunderts vor den Debatten um schwingende Saiten hatte es Versuche gegeben, physikalische Vorgänge mit Schwingungsmodellen zu beschreiben. In diesem Zusammenhang ist neben *Mersenne*, der sich mit der mathematischen Beschreibung der Bewegung von Pendeln beschäftigte, vor allem *Christiaan Huygens* zu nennen, der eine Wellentheorie des Lichts entwickelte. Seine Ansätze konnten sich jedoch nicht durchsetzen, was vor allem mit der Dominanz Newtons und seiner Korpuskeltheorie zusammenhing. Fourier stellt den Bezug zu Huygens' Idee wieder her, als er schrieb: "Man verfährt am einfachsten und bleibt auch meist mit der Erfahrung in Einklang, wenn man sich die Verbreitungsweise der Wärme ähnlich wie die des Lichtes vorstellt." (Analytische Theorie der Wärme S. 16)

"Je mehr Glieder man in der Gleichung für ζ benutzt, desto eckiger wird die Linie an den Umbiegungspunkten, und desto gerader an den Scheiteln; wenn die Anzahl der Glieder unendlich geworden ist, sind die Ecken ganz scharf, die Scheitel ganz gerade geworden, die Curve verläuft parallel der *y*Axe, biegt unter einem rechten Winkel nach ihr um, schneidet sie senkrecht, geht noch weiter in gerader Richtung, bis ζ = – π/4 geworden ist, biegt dann unter einem rechten Winkel um, verläuft wieder durch die Strecke π/2 parallel der *y*Axe, biegt recht-winklig um, steigt senkrecht zur *y*Axe auf, überschreitet sie, setzt sich fort bis sie die Höhe + π/4 erreicht u.s.f. Sie ist die Grenzcurve für die Curven, die man der Reihe nach erhält, wenn man in der Gleichung ζ = cos y –1/3 cos 3y + 1/5 cos 5y -… immer mehr Glieder annimmt."[17]

Diese Beschreibung einer Rechteckwelle als Grenzwert harmonischer Summen missfiel einigen Mitgliedern der *Academie des Sciences*, vor denen Fourier am 21. Dezember 1807 im »Institut de France« seine Abhandlung verlas, derart, dass eine Veröffentlichung seines Vortrags vorerst abgelehnt wurde.[18] Erst 1812 bekam er schließlich einen Preis von der Akademie verliehen, musste sich aber bezüglich einer Veröffentlichung noch bis zu seiner Berufung zum Sekretär der Akademie im Jahre 1815 gedulden. In den Jahren darauf veröffentlichte Fourier immer wieder Teilstücke aus seinem Preisvortrag in diversen wissenschaftlichen Zeitschriften, bis 1822 schließlich sein zusammenfassendes Buch, die *Analytische Theorie der Wärme*, erschien. Doch die Akzeptanz seiner Ideen ließ weiterhin auf sich warten und stellte sich erst richtig nach seinem Tod ein. Auslöser dafür war schließlich die Erbringung eines allgemeingültigen mathematischen Beweises durch *Dirichlet* im Jahre 1829,[19] dem es damit gelang auch die letzten formalen Einwände gegen Fouriers Theorie auszuräumen. Die Erweiterung des theoretischen Horizontes der Mathematik durch Fouriers Theoreme sollte letztendlich zu einer neuen Analysis führen, die sich in Folge auch

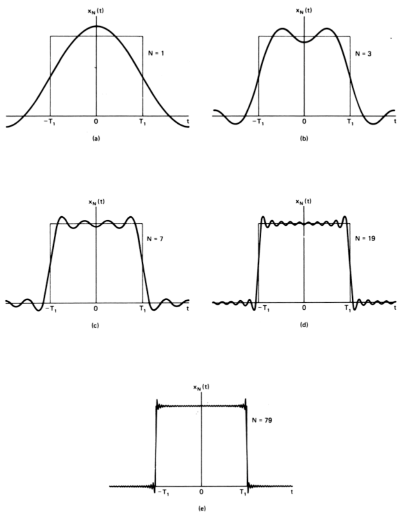


Abb.2: Konvergenz der Fourier-Darstellung bei einer Rechteckwelle mit N=1 ,3 ,7 ,19 ,79 Sinusschwingungen. Das Überschwingen an den Unstetigkeitsstellen wird als »Gibbssches Phänomen« bezeichnet.

[17] Analytische Theorie der Wärme S. 111

[18] Vor Fourier beschränkten sich die Mathematiker auf die Betrachtung von Funktionen, die als Energiereihe ausgedrückt werden können (z.B. x, x^2, x^3 usw.), wobei diese nur einen kleinen Ausschnitt aller möglichen Funktionen darstellen. Zudem hatte Fourier bezüglich seiner Forschungen den Fehler begangen, *Biot* bereits im Jahre1804 ein noch fehlerhaftes Manuskript der 1807 vorgetragenen Abhandlung zu überlassen, in dem er einige parallel entstandene, themenverwandte Arbeiten von ihm außer Acht gelassen hatte. So sollten *Biot* und *Lagrange*, der Hauptkritiker einer Reihendarstellung diskontinuierlicher Funktionen, der aus demselben Grund schon Bernoullis Wellengleichung abgelehnt hatte, seine gewichtigsten Gegner innerhalb der Akademie bleiben.

[19] Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859): deutscher Mathematiker. Aus seinem Beweis, in dem der Geltungsbereich der Theoreme eindeutig festgelegt wird, resultieren die drei so genannten »*Dirichletschen Bedingungen*«, die besagen, dass die Anzahl der Unstetigkeiten sowie die Anzahl der Maxima und Minima innerhalb einer Periode endlich und die Funktion in jeder Periode integrierbar sein muss, also auch ihre Fläche unter dem Betrag der Funktion endlich ist.

bizarrster Funktionen annahm und im Zuge dessen das Konzept der »Funktionsräume« schuf.[20]

Doch zurück zu den epistemologischen Folgen von Fouriers Theorie. Neben der Erweiterung des Funktionsbegriffs um die unstetigen Funktionen spielte vor allem seine Forderung nach der praktischen Anwendbarkeit mathematisch formulierter Zusammenhänge eine große Rolle für die nachfolgenden Entwicklungen. Denn wie bereits Fourier festgestellt hatte, geht in seiner Theorie "die mathematische Analyse den Beobachtungen vorauf, sie ersetzt unsere Sinne"[21] und hat als mathematische Theorie nicht nur das Potential zur Erschließung sondern auch zur operativen Nutzbarmachung von Phänomenen.[22] Während seiner Untersuchungen war ihm zudem ein "eigentümlicher Zusammenhang zwischen den Naturerscheinungen und der so abstracten Zahlentheorie" aufgefallen: Wärme schien sich nach logarithmischen Gesetzen auszubreiten, so dass "die Temperaturen der einzelnen Punkte im stationären Zustand genau so ein System wie eine Logarithmentafel" bilden.[23] Fourier folgerte:

> "Die mathematische Analyse muss also notwendig in greifbaren Beziehungen zu den Naturerscheinungen stehen. Ihr Inhalt ist keineswegs durch die Intelligenz des Menschen geschaffen, sie bildet ein prä-existierendes Element des Universums, hat nichts zufälliges, sondern ist der ganzen Natur eingeprägt."[24]

Diese pythagoreische Grundüberzeugung weist in Zusammenhang mit Fouriers Forderung nach der konkreten Anwendbarkeit mathematischer Theorien bereits auf den Übergang von der Analyse zur Synthese hin und beides zusammen stellt noch heute die Grundlage aller medientechnischen Entwicklungen dar.

Der erste, dem eine Synthese auf der Grundlage von Fouriers Theorie gelang, war *Herrmann von Helmholtz*.[25] Er war mit Hilfe seiner »Stimmgabel-Resonatoren« in der Lage, durch die Addition einfacher, selbst generierter Schwingungen Vokale zu erzeugen. Damit löste er ein Rätsel, das Wissenschaftler und Forscher fast ein ganzes Jahrhundert lang beschäftigt hatte. Denn bereits 1779 hatte die St. Petersburger Akademie der Wissenschaften die Preisfrage ausgeschrieben, wie sich die unterschiedlichen Klangfarben der Vokale erklären und synthetisieren

---

20 So gesehen stellt sich der Fourierraum als Vorläufer dieser später entwickelten Funktionsräume dar, die allesamt auch als Vektorräume interpretierbar sind (z.B. *L^2-Raum* und allgemeiner *Hilbertraum*), und so medientechnisch implementiert nicht zuletzt zur Entwicklung von »virtuellen Räumen« geführt haben.

21 Analytische Theorie der Wärme S. 9

22 Fourier führt hierfür in der *Analytischen Theorie* immer wieder Beispiele an, die aus heutiger Sicht teilweise zum Teil visionär anmuten. So lässt er sich beispielsweise über die Berechnung und Regulierung der Raumtemperatur bei der Anwesenheit großer Menschenmengen aus sowie über die zunehmende Erderwärmung (Klimaanlage, Treibhauseffekt). Erstaunlich an seiner Bemerkung ist auch, dass sie bereits wie eine Einforderung dessen klingt, was McLuhan später in
seiner These der technischen Medien als (Sinnes-)Organerweiterungen beschreiben wird.

23 Dieses Zitat lässt sich bereits als früher Beitrag zur späteren Diskussion um das »natürlichste« Informationsmaß und -kodierungssystem lesen.

24 Analytische Theorie der Wärme S. 9f

25 Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1821-1894): deutscher Physiologe und Physiker und einer der vielseitigsten Naturwissenschaftler seiner Zeit mit großem Einfluss in verschiedenen Wissenschaftsbereichen.

lassen.[26] So war es kein Zufall, dass die erste experimentelle *Fourier-Synthese* im Bereich der Akustik gelang, womit Fouriers Theorie ihren ersten Praxistest bestanden hatte. Da bereits seit der Antike angenommen wurde, dass akustische Phänomene auf Schwingungen der Luft basieren, hatte sich die Verwendung von Fouriers Theoremen in diesem Bereich geradezu aufgedrängt. Dazu kommt, dass sich in der Akustik als einem Grenzbereich der klassischen Mechanik diese Schwingungen als Schallwellen qua definitionem in Form von Geräuschen und Tönen sinnlich vermitteln, was seinen Teil dazu beitrug, dass die Forschungen in diesem empirisch gut zugänglichen Bereich bereits fortgeschritten waren. Auch Fourier selbst hatte sich wie bereits erwähnt bei der Entwicklung seiner mathematischen Theorie auf Untersuchungen aus diesem Gebiet gestützt.

Aufgrund der ersten erfolgreichen Anwendungen von Fouriers Frequenzräumen fanden sich immer mehr Wissenschaftszweige, die sich des Schwingungsmodells auch als einer (epistemischen) Grundlage zur Theoriebildung bedienten, so dass sich schließlich ein neues wissenschaftstheoretisches Weltbild etablierte, welches bestimmte auch medientechnisch relevante Entdeckungen und Perspektiven überhaupt erst ermöglichte. In Folge dessen wurden physikalische Phänomene zunehmend als Prozesse begriffen, deren Entwicklung und Verlauf periodischen Gesetzmäßigkeiten gehorcht. Diese Sichtweise implizierte gleichermaßen, dass die Welt vom Prinzip her nicht mehr statisch gedacht werden konnte, sondern in ewiger Bewegung begriffen sein musste und so als Summe infiniter Oszillationen auch jeglicher Ruhepole entbehrt. Auf diese Weise wurden Prozesshaftigkeit, Flüchtigkeit und Periodizität als unmittelbare Folgen des neuen wissenschaftstheoretischen Paradigmas zur Grundlage von neuen technischen Medien und die sich bereits in Descartes Differentialrechnung andeutende Operationalisierung des Infiniten, das bis dahin den Göttern vorbehalten gewesen war, konnte mit der Eroberung des Äthers medientechnische Realität werden.[27] So fand sich mit der Entdeckung des *Elektromagnetismus* ein weiteres großes Feld, bei dessen Erschließung und Nutzbarmachung Fouriers Theorie eine extrem wichtige Rolle spielte. Bereits die Entdeckung der elektromagnetischen Rotation durch *Faraday*[28] im Jahr 1821 wies auf die Periodizität der neuen Kräfte hin. Mit *Maxwells* Gleichungen von 1864, die das Verhalten von elektrischen und magnetischen Feldern zusammenfassten,[29] konnten sie schließlich auch mathematisch als schwingende Felder beschrieben werden, die sich mit Lichtgeschwindigkeit im luftleeren Raum ausbreiten.[30] Dabei bezog Maxwell sich wie bereits Helmholtz auf Fouriers Feststellung,

---

[26] Siehe Donner, Martin: *Versuche der künstlichen Erzeugung von Stimmorganen von Euler bis Helmholtz.*

[27] Im antiken Griechenland war der Äther als die obere, leuchtende Himmelsschicht eine zwischen Menschen und Göttern vermittelnde Sphäre.

[28] Michael Faraday (1791-1867): englischer Physiker und Chemiker. Seine Experimente bilden die Grundlage der modernen elektromagnetischen Technologie und ermöglichten es ihm unter anderem, den ersten Dynamo zu konstruieren. 1831 entdeckte er die elektromagnetische Induktion und 1832 stellte er die Grundgesetze der Elektrolyse auf.

[29] James Clerk Maxwell (1831-1879): schottischer Physiker. Seine Gleichungen bilden die mathematiktheoretische Grundlage der Elektrizitätslehre und des Magnetismus.

[30] Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Felder ließ sich mit einfachen elektrischen Experimenten berechnen und Maxwell bezifferte sie aufgrund der ihm zur Verfügung stehenden Daten

dass sich physikalische Phänomene als Schwingungsvorgänge beschreiben lassen. Außerdem griff er (wie bereits Fourier) *Huygens*' Wellentheorie des Lichts wieder auf und postulierte, dass es sich dabei ebenfalls um eine Form elektromagnetischer Strahlung handle. Seine elektromagnetische Wellentheorie konnte in den achtziger Jahren des 19. Jahrhunderts schließlich durch Experimente von *Heinrich Rudolf Hertz*[31] bestätigt werden und bildet seitdem die Grundlage der elektromagnetischen Medien. Da es Hertz bei seinen Versuchen gelungen war, mit den durch einen Funkeninduktor erzeugten elektromagnetischen Wellen mehrere Meter Luftweg zu überbrücken, lag die Idee nahe, die neue Technologie als unsichtbaren *Informationskanal* zu nutzen und so lieferten seine Ergebnisse die Grundlage für die Entwicklung der drahtlosen Telegrafie, der Funktechnologie und des Radios. Damit war der medienepistemologische Umbruch endgültig vollzogen. Zwar hatte es bereits vor Fourier Versuche gegeben, in medientechnisch relevanten Forschungsbereichen Schwingungsmodelle zu etablieren, doch erst die Akzeptanz seines universalen Beschreibungsmodells führte zu den zahlreichen neuen Theorieansätzen und Experimenten, mit denen Oszillationen aller Art schließlich zum Mediendispositiv der Moderne werden konnten. Statt sich physikalischer Phänomene weiterhin nur mit den Gesetzen der klassischen Mechanik anzunähern, ermöglichten Fouriers Ansätze neben den mathematischen auch völlig neue physikalische Vorgehensweisen, welche die Medienwelt letztlich nicht nur technisch sondern auch inhaltlich revolutionieren sollten.[32] So war spätestens mit Helmholtz' Versuchen zur Nervenleitgeschwindigkeit, seiner Resonanztheorie des Hörens und der von ihm beförderten Dreifarbentheorie des Sehens[33] allgemein anerkannt, dass "aller Sinnesempfindung Oscillation zum Grunde [liegt]".[34] Hatte bereits Fourier im Vorwort seiner Analytischen Theorie darauf hingewiesen:

---

bereits auf 310.740.000 m/s. Dabei ging er noch von einem physikalischen Medium zur Fortpflanzung der Wellen aus, das er »Lichtäther« nannte. Die Probleme beim Nachweis dieses Mediums sollten Einstein schließlich zur Formulierung seiner speziellen Relativitätstheorie inspirieren, mit der er die Notwendigkeit eines Lichtäthers zur Verbreitung elektromagnetischer Felder überflüssig machte.

[31] Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894): deutscher Physiker, der mit seinem Hertzschen Oszillator die Existenz der elektromagnetischen Wellen entdeckte und experimentell nachwies, dass sie sich auf die gleiche Art (Brechung, Polarisation, Reflexion) und mit der gleichen Geschwindigkeit ausbreiten, wie Lichtwellen. Nach Hertz ist die Einheit der Frequenz benannt (1 Hz = eine Schwingung pro Sekunde).

[32] Als Beispiel hierfür kann die Entwicklung medienspezifischer (Inhalts-)Formate angeführt werden, die sich nicht nur auf die Präsentationsform sondern auch auf den »Content« und die gesellschaftliche und individuelle Wahrnehmungsweise auswirken (z.B. verschiedene Nachrichtenformate in Print- und Funkmedien, Handy-TV usw.) Dazu kommen weitere Verschränkungen mit anderen Systemen wie der Einfluss ökonomischer Faktoren auf die Programmgestaltung. Zur Funktionsweise der Massenmedien als gesellschaftliches Subsystem siehe Luhmann, Niklas: *Die Realität der Massenmedien*. Wiesbaden 1995

[33] In seiner Resonanztheorie des Hörens postulierte Helmholtz, dass das Ohr komplexe Klänge analog zu der von Fourier entwickelten mathematischen Methode in ihre Einzelschwingungen zerlegt. Die Dreifarbentheorie des Sehens geht ursprünglich auf *Thomas Young* (1773-1829) zurück, einen englischer Augenarzt und Physiker, der sie im selben Jahr entwickelte, in dem auch Fourier seine Abhandlung im Institut de France verlas. Der Auslöser dafür war seine Entdeckung, dass sich mit der Wellentheorie des Lichts Phänomene erklären lassen, die mit Newtons Korpuskeltheorie nicht in Einklang zu bringen waren.

[34] Mit dieser Behauptung bekräftigte der deutsche Physiker *Johann Wilhelm Ritter* (1776-1810) bereits 1803 in einem Briefwechsel *Oersteds* (1777-1851) Hinweise, die sich ebenfalls aus dessen Beschäftigung mit dem Zusammenhang von Elektrizität und magnetischer Feldstärke ergeben hatten. (Vgl. Siegert S. 300)

"Könnte man die Ordnung, welche die Wärmeerscheinungen beherrscht, den Sinnen wahrnehmbar machen, so würde man einen Eindruck empfangen, der ganz den harmonischen Resonanzen entspricht"[35], so markiert seine Theorie (neben den Versuchen zur Elektrizität) die Geburtsstunde der »neuen Medien«, mit denen die naturwissenschaftlich-mathematischen Theorien gleichzeitig damit begannen, in bisher unbekanntem Maße operativ zu werden.

Abgesehen von den unmittelbaren Auswirkungen von Fouriers Theorie auf die physiologischen Modelle des Hörens und des Sehens sowie auf Akustik und Optik eröffnete die Entdeckung der elektromagnetischen Wellen ein ganzes Feld noch unbekannter Phänomene, das sich nach heutigem Kenntnisstand von Niederfrequenzen wie z.B. Schumann-Wellen, über Radiowellen, Mikrowellen, Terahertzstrahlung und Infrarot bis hin zu UV-, Röntgen- und Gammastrahlung oberhalb des Lichtspektrums erstreckt. Elektromagnetische Wellen und Fourier-Analyse finden medientechnische Verwendung in der U-Boot Kommunikation, der Funktechnik (inklusive Rundfunk, Fernsehen Mobilfunk und WLAN), der Kernspin- und Magnetresonanztomographie, der Optik, der Radar- und Lasertechnologie, der Radioastronomie, Photometrie, Spektroskopie, und Röntgen- beziehungsweise Kerntechnologie. Angesichts dieser Vielfalt medientechnischer Implementierungen scheint sich sowohl Fouriers universales Beschreibungsmodell bewahrheitet als auch die Forderung nach dessen Nutzbarmachung erfüllt zu haben, noch dazu da es sich hierbei keineswegs um die einzigen Anwendungsgebiete seiner Theorie handelt. Sie spielt außerdem auch in der Zahlentheorie, der Statistik, der Kombinatorik und der Wahrscheinlichkeitstheorie sowie in Kryptographie, Meteorologie, Geophysik und den Wirtschaftswissenschaften eine Rolle. Zusammenfassend lässt sich sagen, sie kommt überall dort zum Einsatz, wo es um das Aufspüren und Analysieren beziehungsweise Kodieren von Periodizitäten geht. Medientechnisch relevante Anwendung findet sie vor allem in der (vorerst noch analogen) *Signalverarbeitung*, bei deren Entwicklung Wissenschaftler und Forscher nicht nur auf unterschiedliche Schwingungsmodi stießen,[36] sondern – ganz im Sinne Fouriers – auch eine Reihe neuer mathematischer und physikalischer Verfahrensweisen zur Berechnung, Speicherung, Kodierung und Transformation von Wellenphänomenen entwickelten.[37] Außerdem wurde fieberhaft nach Vorrichtungen zum Aufspüren und Erzeugen verschiedener Wellenspektren geforscht. Hatte der französische Astronom *Jean-Baptiste Delambre* 1810 noch bemängelt, dass die "Leistungs-

---

35 Analytische Theorie der Wärme, Vorwort S. XIV

36 Es gibt zwei Typen von Wellenbewegungen: *Longitudinalwellen* (z.B Schall in Gasen und Flüssigkeiten) schwingen in ihrer Ausbreitungsrichtung während *Transversalwellen* (z.B. elektromagnetische Wellen, Schall in Festkörpern) senkrecht zu ihr schwingen, weswegen sie auch polarisiert werden können.

37 Zu den ersten primär medientechnischen Verfahren, die anhand von Fouriers Theorie entwickelt wurden, zählen verschiedene Wellenmodulationsarten mit deren Hilfe Informationen auf Wellen aufmoduliert und wieder extrahiert werden können. Dazu zählen die Amplitudenmodulation (AM) und die Frequenzmodulation (FM) sowie die später entwickelten Pulsmodulationsarten. Wellenmodulationen werden auch dazu eingesetzt, die Kapazität elektrischer und elektromagnetischer Kanäle optimal auszunutzen. Die magnetische Speicherung von in Wellen kodierter Information erfolgt auf magnetisierbarem Material. Dieses kann auf Bänder, Karten, Papier oder Platten aufgebracht werden. Eine weitere Art der Speicherung ist die mechanische, wie sie beispielsweise auf Schallplatten zur Anwendung kommt. Sie kann aber nicht zur Speicherung transversaler, elektromagnetischer Wellen verwendet werden.

fähigkeit der [mathematischen] Methoden nahezu ausgereizt ist"[38] so hatte Fouriers Theorie nicht nur der Mathematik und Physik sondern auch der Sinnesphysiologie jene Horizonte eröffnet, an denen bereits die »neuen Medien« aufschienen. Es war ihm mit seiner Theorie gelungen, auf mathematischem Wege jene Verallgemeinerung der Mechanik zu formulieren, welche die Schwelle des (unmittelbar) Wahrnehmbaren sprengte und in medientechnisch implementierter Form selbst dazu in der Lage ist, das zeitliche Auflösungsvermögen der menschlichen Wahrnehmung zu unterlaufen und die Gesetze von Raum und Zeit scheinbar außer Kraft zu setzen.[39] Dabei war die mathematische Grundlage dieser *zeitkritisch* arbeitenden Medien, dass die Fourier-Transformierten gerade nicht mehr in der Zeit sondern in der Frequenz operieren.[40] Dies bildete letztlich auch die Grundlage dafür, dass sich Mathematik und Physik (wie bereits von Fourier vorausgesehen) von nun an wechselseitig fortentwickelten: Aus mathematischen Modellen resultierten physikalische und umgekehrt führten bei deren technischer Implementierung entstehende Problemstellungen zur Entwicklung neuer mathematischer Verfahren. So kam es, dass Fouriers Ideen die Analysis über 100 Jahre lang dominierten und sich Wissenschaftler und Ingenieure bei der Analyse von Systemen noch heute der Fourier-Analyse oder artverwandter Methoden bedienen.[41]

---

[38] Jean-Baptiste Joseph Delambre (1749-1822): französischer Astronom, der zusammen mit seinem Kollegen *Pierre Méchain* zwischen 1792 und 1798 die Distanz zwischen Dünkirchen und Barcelona vermaß. Das Ergebnis diente zur Definition des modernen Metermaßes. Das Zitat stammt aus Burke Hubbard S.11 und wurde vom Autor übersetzt.

[39] Man denke hier z.B. an den Rundfunk, der es zum ersten Mal ermöglichte, komplexe Informationen aller Art (nahezu) verzögerungsfrei über riesige Distanzen zu übermitteln. Außerdem konnten mit der Entwicklung neuer Speichermedien Informationen auch langsamer, punktuell oder rückwärts übertragen und beliebig reproduziert werden.

[40] »Zeitkritisch« meint in diesem Zusammenhang sowohl die in den Sende- und Empfangsvorrichtungen ablaufenden synchronisierten technischen Prozesse als auch die in Realzeit ablaufende physikalische Übermittlung der Information.

[41] In diesem Zusammenhang ist darauf hinzuweisen, dass ein wichtiges Einsatzgebiet heute die Bestimmung des *Impulsantwortverhaltens* von LTI-Systemen (»linear, time-invariant system«) ist. Mit Hilfe der Fourier-Analyse lassen sich solche Systeme charakterisieren und z.B. ihr Frequenzgang und ihre Übertragungsfunktion bestimmen. Diese ist bei streng stabilen Systemen die Fourier-Transformierte der Impulsantwort. Die mathematische Beschreibung eines LTI-Systems erfolgt in der Regel mit einem linearen Differentialgleichungssystem, wobei die Linearität besagt, dass zwischen Ein- und Ausgangswert stets eine Proportionalität herrscht.

Der nächste große medienepistemologische Umbruch, für den Fouriers Theorie eine Grundlage bildete, war die Entwicklung der *Digitaltechnologie*. Dies mag in Anbetracht der medientechnischen Fokussierung auf wellenphysikalische Phänomene vorerst überraschen, doch tatsächlich war die Entwicklung zum zeit- und wertdiskret arbeitenden Medium Computer bereits mit der Einführung der unstetigen Funktionen in die Mathematik angelegt: Bekanntlich stellen diskrete, periodisch getaktete Sprünge das grundlegende Funktionsprinzip eines jeden Digitalcomputers dar. Hatte also seinerzeit noch vor allem Fouriers Behauptung für Aufruhr gesorgt, dass sich auch sprunghafte Funktionen wie Rechteckwellen mit Hilfe von kontinuierlichen Schwingungen approximieren lassen, so spielen nun genau diese Rechteckwellen in elektronischen Binärrechnern eine große Rolle, da sich in ihnen zum einen bequem zwei diskrete Werte in der Zeit kodieren lassen (0/1) und sie zum anderen auch als Synchronisationspulse eingesetzt werden können. Wie also schon *de la Tours* Erfindung der technischen Sirene nichts anderes geleistet hatte als die Zerlegung von Schwingungsvorgängen in diskrete Impulse,[42] so brachten schließlich genau jene Funktionen, die lange Zeit der Auslöser für die Kritik an Fouriers Theorie waren, eine neue Generation nunmehr digitaler Medien hervor, die heute omnipräsent ist und zunehmend unsere Lebensrealität durchdringt. In gewisser Weise hatte bereits der ergebnisorientierte Ansatz Fouriers auf die Diskretisierung der infiniten Reihen hingedeutet und er selbst hatte bereits nachgewiesen, dass im Falle von deren Konvergenz oft die Berechnung einiger weniger Koeffizienten genügt, um ein aussagekräftiges Ergebnis zu erhalten.[43] Denn galt für die aperiodischen Funktionen: "Wenn das Intervall X unendlich gross ist, gehen die einzelnen Glieder der Entwicklung in Differentiale über, die durch $\sum$ angedeutete Summe wird zum Integral",[44] so implizierte dies wiederum, dass "wenn man […] den Grössen, die von den Dimensionen der betreffenden Körper abhängen, unendlich grosse Werte verleiht, jedes Glied derselben unendlich klein [wird], und sie stellen dann ein *bestimmtes* Integral dar."[45] Setzt man anstelle dieser bestimmten Integrale nun eine endliche Anzahl von diskreten

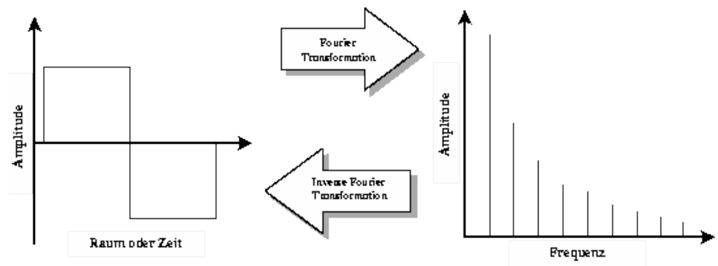


Abb.3: Rechts Spektrogramm einer Rechteckwelle (links).
Bei der spektralen Zerlegung diskreter Signale heißen die Spektralanteile »Spektralkoeffizienten«, bei der von kontinui»Spektralfunktion«.

---

[42] Baron Cagniard de la Tour (1777-1859): französischer Physiker, der 1819 auf der Grundlage von Fouriers Theoremen die technische Sirene erfand. Vgl. dazu Donner, Martin: Versuche der künstlichen Erzeugung von Stimmorganen von Euler bis Helmholtz.

[43] Der Grund hierfür ist, dass die hohen Frequenzanteile in diesem Fall schnell gegen null konvergieren.

[44] Analytische Theorie der Wärme S. 430

[45] Ebd. S. 317; Prinzipiell sind Integrale von $-\infty$ bis $+\infty$ definiert. Fouriers "bestimmte Integrale" nehmen allerdings für jeweils nur einen einzigen x-Wert auch einen y-Wert an, der ungleich null ist, da sie mittels der Orthogonalität von Sinusreihen hergeleitet sind. Man kann sie in gewisser Weise als Verallgemeinerung der Fourier-Reihen im Limes T –> ∞ auffassen.

(Mess-)Werten in die Gleichung ein, so ist es möglich auch sie einer Fourier-Analyse zu unterziehen. Der Trick dabei ist, sich die dabei entstehenden unbekannten Kurvenfunktionen unendlich wiederholt vorzustellen. Dieses Verfahren, das heute unter dem Namen »diskrete Fourier-Transformation« oder »DFT« bekannt ist, sollte die Fourier-Analyse schließlich zu einem universellen Werkzeug der Signalverarbeitung machen.[46] Und so stellte selbst Fourier am Ende seiner *Analytischen Theorie* ein wenig von seinen Ergebnissen überrascht fest:

> "Dazu kommt noch das Eigentümliche, dass die mit ihrer Hülfe abgeleiteten Formeln sich besonders zu numerischen Anwendungen eignen, und dass sie die Resultate für die jeweiligen Aufgaben klar und bestimmt hervortreten lassen."[47]

Zwar operieren seine Integraltransformationen als solche noch im Infinit-Kontinuierlichen, doch schon die Zerlegung der Schwingungsverläufe in einzelne Koeffizienten stellt eine Diskretisierung dar, die in Fouriers Bestreben begründet ist Wellenbewegungen auch konkret numerisch zu erfassen.

Auf der Grundlage desselben Denkens entwickelte *Claude Shannon* schließlich seine *Mathematische Theorie der Kommunikation*,[48] in der er nicht nur sein bekanntes Sender-Kanal-Empfänger Modell vorstellte, sondern auch die mathematischen Grundlagen der Informationstheorie formulierte, und dabei auf Fouriers Theoreme zurückgriff. Den Ausgangspunkt seiner Forschungen bildete wie bereits bei Fourier ein praktisches Problem: Er war seinerzeit in den Bell Laboratories beschäftigt und hatte die Aufgabe, den Prozess der Signalübertragung in rauschbelasteten Telefonleitungen zu optimieren.[49] Die Grundlage seiner Kommunikationstheorie bildet das *Shannon-Nyquist Theorem*, das besagt, dass die Abtastfrequenz eines kontinuierlichen bandbegrenzten Signals mindestens doppelt so hoch sein muss wie die höchste Übertragungsfrequenz, um daraus ein zeitdiskretes Signal zu gewinnen, aus dem das Ursprungssignal (theoretisch) ohne Informationsverlust rekonstruiert werden kann.[50] Dieses »Sampling-Theorem«, das unmit-

---

[46] Ihre Rücktransformation wird auch IDFT (inverse DFT) genannt. Die DFT ist eine Integraltransformation, die es ermöglicht die Fläche unter der Kurve allein mit Hilfe der eingesetzten diskreten (Abtast-) Werte zu finden, vorausgesetzt diese sind äquidistant d.h. in immer gleichen zeitlichen Abständen gemessen.

[47] Analytische Theorie der Wärme S. 451

[48] Shannon, Claude Elwood (1916-2001): *A Mathematical Theory of Communication*. In: The Bell System Technical Journal, Nr. 27. New York 1948. Hier wird auch erstmals der von *John W. Tukey* als Informationsmaß eingeführten Begriff »Bit« (binary digit) schriftlich erwähnt.

[49] Mit seiner Schrift rückten die theoretischen Grundlagen vieler daraufhin entwickelter digitaler Signalverarbeitungsweisen in den Fokus der medientechnischen Ingenieure: Kodierung, Kanal, Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung.

[50] Die verlustfreie Rekonstruktion des Originalsignals ist nur theoretisch möglich, da dies mit unendlich großem Aufwand verbunden wäre. Das Originalsignal kann jedoch mit endlich großem Aufwand beliebig genau approximiert werden, was digitaltechnischen Anforderungen genügt.
Shannon bezog sich bei seiner Formulierung des Shannon-Nyquist Theorems vor allem auf die Forschungen von *Harry Nyquist* (1889-1976), der denselben Sachverhalt bereits 1928 in seiner Schrift *Certain topics in Telegraph Transmission Theory* entdeckt hatte. Nach ihm ist heute die höchste störungsfrei übertragene Frequenz (»Nyquistfrequenz«) benannt. Weitere Vorarbeit auf diesem Gebiet hatte *Edmund Taylor Whittaker* (1915) geleistet. Unabhängig von Shannon wurde das Abtastheorem in der sowjetischen

telbar aus der Fourier-Analyse folgt, öffnete schließlich die Tür zur Digitaltechnologie. Es hatte enorme Auswirkungen auf das Übertragen und Prozessieren von Information und bildet seit Shannons formalisierter Darstellung die Grundlage der digitalen Signalverarbeitung.[51] Dabei konnte sich Shannon bereits auf die Vorarbeit eines anderen renommierten Kollegen beziehen, denn schon einige Jahre zuvor war man im Rahmen von militärischen Forschungen auf Fouriers Theorie aufmerksam geworden. Shannon schreibt:

> "Wiener has pointed out the intimate relation between the invariance of physical devices under time translations and Fourier theory. He has shown, in fact, that if a device is linear as well as invariant Fourier analysis is then the appropriate mathematical tool for dealing with the problem."[52]

Dabei bezieht er sich auf eine noch unveröffentlichte Schrift *Norbert Wieners*, in der dieser eine Verallgemeinerung von Fouriers Transformationen in Verbindung mit statistischen Auswertungen und Wahrscheinlichkeitsrechnung auf zufällig stationäre Reihen anwendet, um so deren weiteren Verlauf zu antizipieren.[53] Mit diesem Verfahren sollten unter anderem die Ausweichmanöver unter Beschuss stehender Piloten von den ersten Digitalcomputern vorausberechnet werden und so trug der Krieg wesentlich zur Entwicklung jener neuen digitalen Hochgeschwin-

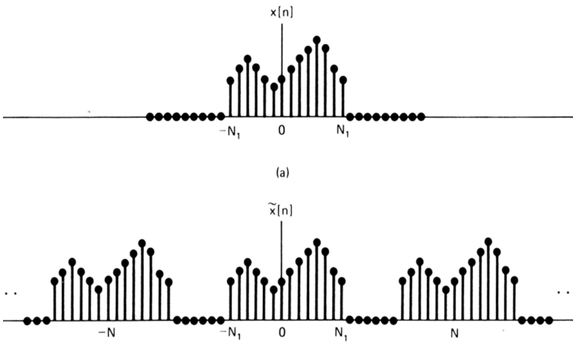


Abb.4: Oben abgetastetes Signal endlicher Dauer x[n], unten periodisches Signal, das über einer Periode gleich x[n] ist.

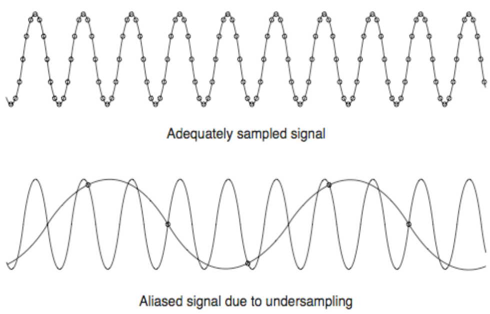


Abb.5: Oben ausreichend abgetastetes Signal, unten Beispiel einer »Phantomfrequenz« durch Undersampling.

Literatur 1933 von *Wladimir Alexandrowitsch Kotelnikow* (1908-2005) eingeführt, was im Westen allerdings erst in den 1950er Jahren bekannt wurde. Die formalisierte Schreibweise lautet: $f_{\text{max}} \geq 2 * f_{\text{abtast}}$.

51 Bereits Fourier hatte darauf hingewiesen: "Man braucht daher, je grösser t [einer Schwingungsperiode] ist, umso weniger Glieder der Reihe zu berücksichtigen." (Analytische Theorie der Wärme S. 226.) Der erste, der den Zusammenhang zwischen Abtastrate und zusätzlich auftauchenden Schwingungen bei der Rücktransformation untersuchte war *H. Raabe* im Jahr 1939 (Vgl. dazu: Barkowsky S.50). Das Problem, das er mit dem Begriff der »Komplementärfrequenz« beschrieb, wird heute »Faltungsverzerrung« oder »*Alias-Effekt*« genannt. Es tritt bei einer zu geringen Abtastrate (»Undersampling«) auf und stellt eine Spiegelung hoher, unzureichend genau abgetasteter Frequenzanteile in tiefere Frequenzbereiche dar, die auch als »Phantomschwingungen« bezeichnet werden.

52 Mathematische Theorie der Kommunikation S. 626

53 Norbert Wiener (1894-1964), der »Gründervater der Kybernetik«, gilt auch als heimlicher Erfinder der Kommunikations-theorie, da er sich bereits in seiner aus Kriegsgründen geheim gehaltenen Schrift *Die gelbe Gefahr* (1942) mit der Theorie der Signalübertragung in verrauschten Kanälen beschäftigt hatte. Auch die hier von Shannon referenzierte Schrift *Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series* wurde erst 1949 und damit nach Shannons Kommunikationstheorie vom M.I.T. veröffentlicht.

digkeitstechnologie bei, die auch vor dem Bewusstsein selbst nicht mehr Halt machte.[54] Von nun an galt die Feststellung, dass aller Sinnesempfindung Oszillation zugrunde liegt, in doppelter Weise: Es wurden nicht mehr nur physikalische Phänomene auf Summen harmonischer Schwingungen zurückgeführt sondern auch das Bewusstsein selbst. Dies verwundert angesichts des bereits zu jener Zeit in der Luft liegenden Vergleichs von Bewusstsein und computertechnologisch implementierten Schaltkreisen nicht[55] und so stellten sowohl Fouriers Schwingungsweltbild als auch die daraus hervorgehende Rechteckwelle epistemische Grundlagen für die Entwicklung der Digitaltechnologie dar.

Ein weiteres, medientechnisch derzeit interessant werdendes Feld, das unter dem Einfluss von Fouriers Transformationen steht und Schnittpunkte mit der Digitaltechnologie hat, ist die *Quantentheorie*, die mit ihrer Formulierung des Welle-Teilchen Dualismus den alten Widerstreit der Modelle schließlich beilegte und insofern auch (medien-)epistemologisch relevant ist. Dazu sei nur soviel gesagt, dass Fouriers Gleichungssysteme bereits das von *Heisenberg* formulierte duale Modell implizierten: [56] Je nachdem ob man sie nach der Seite des physikalischen, »echten« Raumes oder des Fourierraums auflöst, erhält man entweder Informationen über den genauen Ort oder die Frequenz einer Wellenbewegung. Insofern stellt Heisenbergs »Unschärferelation« eine natürliche Konsequenz aus der Fourier-Analyse dar. Barbara Burke Hubbard schreibt: "Mit der Entdeckung der Quantenmechanik wurde offensichtlich, dass Fourier-Analyse die Sprache der Natur selbst ist"[57] und so kam es, dass die »Quanten-Fourier-Transformation« nicht nur in den ersten Quantenalgorithmen eine gewichtige Rolle spielt,[58] sondern von Beginn an zum Kern der Quantentheorie gehört. Nach der Entdeckung des Plankschen Wirkungsquantums, das schon vor der Entwicklung des ersten Digitalcomputers mit der Vorstellung eines natürlich-infinitesimalen Kontinuums brach, er-

---

[54] Vgl. dazu Roch, Axel/Siegert, Bernard: *Maschinen, die Maschinen verfolgen. Über Claude E. Shannons und Norbert Wieners Flugabwehrsysteme*. In: Schade, Sigrid / Tholen, Christoph [Hrsg.]: Konfigurationen. Zwischen Kunst und Medien. München 1999

[55] *Von Neumann* spricht bereits im Zusammenhang mit der Entwicklung des ENIAC von einem "digital computing system" (1945) und zieht den Vergleich zwischen Computer und Gehirn, da die Arbeitsweise des Nervensystems "in erster Linie digital" ist. *Louis Couffignal*, ein französischer Pionier der Kybernetik, definiert bereits jede "diskrete", "aus räumlich und zeitlich getrennten Elementen bestehende Information" als digital, wobei damit auch schon Fouriers Koeffizienten digital genannt werden könnten, und *Claude Lévi-Strauss* verweist bezüglich der Digitaltechnologie auf eine "Mathematik der Unstetigkeit" (1955) und zeigt damit ihre entwicklungsgeschichtliche Nähe zur Einführung der unstetigen Funktionen auf. Vgl. Roesler, Alexander/Stiegler Bernd [Hrsg.]: *Grundbegriffe der Medientheorie*. Paderborn 2005, S. 10ff

[56] Werner Karl Heisenberg (1901-1976): deutscher Physiker und Nobelpreisträger, der 1927 die so genannte »Heisenberg-sche Unschärferelation« formulierte, die besagt dass Ort und Impuls eines Teilchens nicht gleichzeitig beliebig genau bestimmt sind.

[57] Zitiert und übersetzt aus Burke Hubbard S. 15. Auf S. 51 fügt sie hinzu: "Mathematically, position and momentum correspond to the two different sides of the Fourier transform. Quantum mechanics is probabilistic […] these probabilities are continuous. […] Integrals are the natural tools to use to express these."

[58] Auch wenn mit mehreren Qubits gleichzeitig gerechnet wird, lassen sich in bestimmten Fällen mit Hilfe der Quanten-Fourier-Transformation mit einer einzigen Berechnung bereits aussagekräftige Ergebnisse erzielen. Ein weiteres Beispiel ist Shors quantenmechanischer Faktorisierungsalgorithmus, dessen grundlegende Idee die Bestimmung der Ordnung einer zu faktorisierenden Zahl mit Hilfe der Quanten-Fourier-Transformation ist.

schien ein Vergleich von analog-kontinuierlichen und diskret-digitalen Medien aus quantentheoretischer Sicht nurmehr als eine Frage der Auflösung[59] und so nehmen Fouriers Transformationen auch in diesem Bereich eine bedeutende Stellung ein, da sich mit ihnen sowohl die quanten-mechanische Wellennatur der Materie als auch deren Übergang in kleinste diskrete Schritte beschreiben lässt. Auf diese Weise trugen sie letztlich auch wesentlich zur Überwindung der bis dahin unvereinbaren Dualismen Welle/Teilchen und kontinuierlich/diskret bei.

Den nächsten »Quantensprung« in der Verbreitung und digitaltechnologischen Implementierung von Fouriers Transformationen stellt der 1965 von *James Cooley* und *John Tukey* veröffentlichte FFT-Algorithmus (»Fast Fourier Transform«) dar,[60] der es ermöglichte die »diskrete-Fourier-Transformation« mit Hilfe eines Digitalcomputers um ein Vielfaches schneller zu berechnen. Diese »schnelle-Fourier-Transformation«, die schließlich zur Entwicklung heutiger Echtzeit-Anwendungen beitragen wird, basiert mathematisch gesehen auf der Ausnutzung der Symmetrieeigenschaften von Wellenfunktionen sowie auf einer intelligenten Faktorisierung der »Fourier-Matrix«, die bei der listenartigen Anordnung von binär kodierten (Mess-)Werten entsteht.[61] Zwar war das Verfahren bereits 1805 von *Carl Gauß* zur Berechnung der Flugbahnen von Juno und Pallas verwendet worden, er hatte es aber nie veröffentlicht, so dass es erst in seinem Nachlass auf Latein erschien und nach der Entwicklung der FFT durch Cooley und Tukey wieder entdeckt wurde.[62] Die Auswirkungen des FFT-Verfahrens waren enorm. Es ist

---

[59] Die Entdeckung der Quanten als kleinster diskreter Energieschritte führte zu der Formulierung, dass die Welt (Raum, Zeit und Energie) »gequantelt« ist. Seitdem erscheint die Vorstellung eines natürlichen Kontinuums lediglich als idealisierendes mathematisches Bild.

[60] John Wilder Tukey, einer der einflussreichsten US-amerikanischen Statistiker des 20. Jahrhunderts und derselbe, der die Begriffe *Bit* und *Software* einführte, gilt als der Ideengeber des computergestützten Verfahrens zur Berechnung zweidimensionaler DFTs, während James W. Cooley, ebenfalls ein US-amerikanischer Statistiker und seinerzeit bei IBM beschäftigt, mit der Programmierung betraut wurde. Er erweiterte den Algorithmus für dreidimensionale Anwendungen und war wesent-lich an dessen Verbreitung und der Veröffentlichungsschrift *An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series* beteiligt. Vgl. dazu Cooley, James W.: *How the FFT Gained Acceptance*. In: Signal Processing Magazine, IEEE Vol. 9, Jan. 1992.

[61] Der FFT-Algorithmus ist ein Faltungsalgorithmus, mit dem nur der positive Halbraum einer abgetasteten Wellenfunktion berechnet wird, so dass die Berechnung im Speicher des Computers »in place« durchgeführt werden kann und gleichzeitig eine erhebliche Verminderung des Rechenaufwands entsteht. Weitere Zeitersparnis bringt eine iterative Matrizenfaktori-sierung mit Hilfe von Schmetterlingsgraphen (*Faltung*), die so oft durchgeführt werden kann wie die Anzahl der Werte eine Potenz von zwei ist. Vor der Faltung wird der Datensatz in zwei Teilfolgen unterteilt (*shuffling*), von denen eine die geraden und die andere die ungeraden Werte enthält. Dies entspricht einem geraden Realteil $\Re$ (cos) und einem ungeraden Imaginär-teil $\Im$ (sin), die dann jeweils als binär kodierte »Fourier-Matrix« angeordnet und einzeln berechnet werden. Für jeden Schmetterlingsgraphen sind zwei komplexe Multiplikationen und zwei komplexe Additionen notwendig. Entspricht die Anzahl der Werte eines Datensatzes nicht einer Zweierpotenz bzw. einem Vielfachen der Periodendauer, so kann er mit Nullen aufgefüllt werden (*zero padding*). Seit dem Cooley/Tukey Algorithmus gab es zahlreiche Weiterentwicklungen, die sich jedoch alle mehr oder weniger derselben Methoden bedienen. Bezüglich der Ausnutzung von Symmetrieeigenschaften ist darauf hinzuweisen, dass bereits Fourier darauf hingewiesen als er schrieb: "Die Flächen, die diese Berge und Thäler mit der α-Axe einschliessen, sind einander absolut gleich, die algebraische Summe derselben also Null." (Analytische Theorie der Wärme S. 432)

[62] Johann Carl Friedrich Gauß (1777-1855): deutscher Mathematiker, Astronom, Geodät und Physiker, der auch als *princeps mathematicorum* (»Fürst der Mathematik«) bezeichnet wurde. Er entwickelte bereits eine Methode um Gleichungssysteme mit Hilfe einer Koeffizientenmatrix und iterativen Methoden in ei-

nicht übertrieben zu behaupten: "Whole industries are changed from slow to fast by this one idea – which is pure mathematics."[63] Mit Hilfe der FFT wurde es möglich, den Rechenaufwand einer DFT von N^2 auf $N \log N$ Berechnungen zu reduzieren, so dass sich je nach Größe des Datensatzes eine Zeitersparnis von über 99 Prozent ergeben konnte. Dabei gilt: Je größer der Datensatz, desto eher kommen die Geschwindig-keitsvorteile der FFT zur Geltung. Und so wurde es erst mit diesem Verfahren möglich, eine DFT großer Datensätze in einer angemessenen Geschwindigkeit zu berechnen. Zwar waren schon zuvor Computer im Einsatz gewesen, doch die Berechnung der »diskreten Fourier-Transformation« war dennoch so langwierig und rechenaufwendig, dass es nur wenige Anwendungsbereiche im wissenschaftlich-akademischen und militärischen Bereich gab, welche über die notwendige Hardware verfügten.[64] Daniel Rockmore weist außerdem auf die zeitgleiche Entwicklung von wesentlich verbesserten analog-digital Wandlern hin. Er schreibt: "The roughly simultaneous development of analog to digital converters capable of producing digitized samples of a time-varying voltage at rates of 300.000 samples/second had already initiated something of a digital revolution."[65] Damit stand einem breit gefächerten (medien-)technischen Einsatz der FFT nichts mehr im Wege, zudem sie sich als Matrizenoperation nicht nur zur Analyse von Wellenphänomenen eignet, sondern auch für die effiziente Berechnung von *Matrizen aller Art* eingesetzt werden kann.[66] In Verbindung mit Shannons Abtasttheorem ergaben sich daraus eine Unzahl digitaler Filter-, Modulations- und Signalkodierungsverfahren auf deren Grundlage schließlich Fouriers Traum einer breiten Anwendung seiner Theorie zum Nutzen der Gesellschaft in Erfüllung gehen konnte.[67] Wichtige Voraussetzung dafür war allerdings, dass sich

---

ne einfachere Gestalt zu bringen. Als hätte er sich schon mit der Automatisierung von Prozessen beschäftigt schrieb er: "Das indirecte Verfahren lässt sich halb im Schlafe ausführen, oder man kann während desselben an andere Dinge denken." (Zitiert aus: Schaback, Robert: *Die Beiträge von Carl Friedrich Gauß zur numerischen Mathematik*. In: NAM-Bericht 18, Institut für numerische und angewandte Mathematik der Georg-August-Universität Göttingen, S. 6.) Die lange Vergessenheit von Gauß' Methode veranlasste Cooley in der Respektive zu seiner trockenen Abschlussbemerkung: "Do not publish papers in neoclassic Latin." (Vgl. Cooley S. 138f)

63 Gilbert Strang (Department of Mathematics at MIT). Zitiert aus Burke Hubbard S. 117.

64 Erfordert die Berechnung einer 1024 Punkte-Matrix mit der klassischen DFT bereits über eine Million komplexer Rechen-operationen, so benötigt dieselbe Aufgabe mit dem FFT-Algorithmus nur knapp über 10.000. Dies entspricht bereits bei diesem relativ kleinen Datensatz einer über hundertfachen Geschwindigkeit. Bei einer 16.384 Punkte-Matrix beträgt die Geschwindigkeit bereits das über tausendfache.

65 Rockmore, Daniel N. (Dartmouth College, Departments of Mathematics and Computer Science): *The FFT - an algorithm the whole family can use*. Hanover (US) 1999, S. 4

66 Im Fourierraum sind viele Berechnungen wesentlich einfacher und schneller zu bewerkstelligen. So werden beispielsweise zyklische Faltungsoperationen im Ortsraum zu punktweisen Multiplikationen im Fourierraum. Damit entspricht der Faltung von Frequenzen im Ortsraum die Multiplikation der Spektren im Frequenzraum. Aus diesem Zusammenhang ergab sich auch das Impulsantwort-Analyseverfahren. Ein weiterer Vorteil der FFT ist die Verringerung der Rundungsfehler, die bei den Zwischenrechnungen entstehen.

67 Cooley weist darauf hin, dass das FFT-Verfahren zwar schon zuvor von einigen Wissenschaftlern entdeckt worden war (nach Gauß unter anderem auch von Stumpff, Runge/König und Lanczos), dass diese aber die Möglichkeiten des Verfahrens noch nicht erkannt hatten. Er schreibt: "This is an outstanding example of the difference in point of view between different generations of numerrical analysts. […] The authors did not foresee the possibility of automating the procedure." (Cooley S. 6)

die Entwickler bei IBM dazu entschlossen hatten, den Algorithmus nicht patentieren zu lassen, sondern ihn als Public Domain zur Verfügung zu stellen.[68]

In den folgenden zwei Jahrzehnten wurde die FFT zu einem der wichtigsten Werkzeuge wissenschaftlich-technischer Forschungen und trug so letzten Endes auch zum zivilgesell-schaftlichen Durchbruch der Digitaltechnologie bei. Sri Welaratna schreibt: "The Fourier transform today touches the lives of everyone. It does so in the form of superior automobiles, aircraft, telecommunications systems, chain saws, washing machines and myriad other aspects of modern life."[69] Rockmore weist außerdem darauf hin, dass die FFT den ersten wichtigen, nicht linearen und hocheffizienten Algorithmus darstellt, mit dem schließlich auch die Frage im Raum stand, ob es noch schnellere Algorithmen für dieselben Aufgaben geben könne.[70] Dieses Denken trug schließlich wesentlich zur Entwicklung einer Computer- und Informatikbranche bei, deren Erfolg sich heute an der Verdopplung der Prozessorgeschwindigkeiten alle eineinhalb Jahre misst. Es setzte also mit dem Bekannt Werden der FFT eine richtig gehende Euphorie ein, da den Auswertungsmöglichkeiten digital vorliegender Signale keine Grenzen gesetzt schienen und so entwickelte sie sich zunehmend zu einem universellen Instrument, das scheinbar alle anderen Analyseverfahren überflüssig machte.[71] Interessant ist dabei, dass dieselbe Theorie, die mit der Einführung der unstetigen Funktionen in die Mathematik eine im Zeitkritischen operierende Digitaltechnologie erst ermöglicht hatte, nun deren Entwicklung noch anschob. Die sich auf diese Weise neu eröffnenden Horizonte in der digitalen Signalverarbeitung beschleunigten die technische Entwicklung, die ihrerseits wiederum neue Horizonte eröffnete und so trug Fouriers Theorie auch wesentlich zur Etablierung einer neuen (Mikro-)Zeitökonomie bei.

Bei der Entwicklung der ersten praktischen FFT-Anwendungen sollte wie bereits bei den Sirenenversuchen von *de la Tour* und *Helmholtz* ebenfalls wieder die Akustik eine Rolle spielen. So erinnerte sich *Jim Green*, ein M.I.T.-Absolvent der bei der Waffenschmiede General Dynamics mit der Entwicklung eines Verfahren zum Test von Flugzeugtragflächen betraut war, an seinen Großvater, der Eisenbahnschienen anhand ihres Klangs auf Materialschäden getestet hatte. Er trat in Kontakt mit *Ed Sloan*, einem Ingenieur der mit dem »Time/Data 100« bereits 1967 den ersten reinen FFT-Computer entwickelt hatte. Sloan entdeckte mit dessen Hilfe schließlich, dass die Klänge gebrochener Zapfen in Tragflächen ein cha-

[68] Über diesen erstaunlichen Vorgang gibt es unterschiedliche Darstellungen, unter anderem von Cooley selbst, wobei der Auslöser sicher nicht Fouriers Vorstellung des Gemeinnutzens war. Am plausibelsten erscheint Rockmores Erklärung, die betont, dass zur Berechnung großer Datensätze seinerzeit noch Großrechner benötigt wurden, so dass IBM hoffte aufgrund dessen mehr Hardware-Systeme zu verkaufen. Er schreibt: "The thought was that the money was to be made in hardware, not software." (Vgl. Rockmore S. 5f)

[69] Welaratna, Sri: *Thirty Years of FFT Analyzers.* In: S&V Observer, S. 1

[70] Vgl. Rockmore S. 5; Tatsächlich gibt es seit dem Cooley/Tukey-Algorithmus zahlreiche Weiterentwicklungen, die unter gewissen Bedingungen zusätzliche Geschwindigkeitsvorteile erbringen (Radix-4 und Radix-8 Algorithmen, Primzahlfaktori-sierungs-FFT usw.).

[71] Die Bedeutung der FFT für die Entwicklung digitaler Signalverarbeitungsverfahren entspricht der Bedeutung der Fourier-Analyse für die analogen.

rakteristisches Frequenzspektrum aufweisen und hatte so ein sicheres Testverfahren gefunden. In Folge dessen fand sich für den »Time/Data 100«, der ursprünglich für den Tonstudiobereich konzipiert worden war und sich dort nicht durchgesetzt hatte, mit General Dynamics der erste Großabnehmer und bald standen auf der Liste der FFT-Anwendungen auch Vibrationsanalysen aller Art.[72] Das Folgemodell, der »Time/Data 90«, war ebenfalls noch ein reiner FFT-Analyzer, der aber schon als Erweiterung zu den ersten portablen PC-Vorgängern eingesetzt werden konnte. Aufgrund der stetig wachsenden Anwendungsbereiche und zunehmender Nachfrage fanden parallele Entwicklungen bei Hewlett Packard, Spectral Dynamics und Nicolet statt und so hatte man damit begonnen, Fouriers Ideen nunmehr auch in Hardware zu gießen.[73] Waren die ersten praktischen Anwendungen noch auf Vibrations-analysen begrenzt, so entwickelte man in der zweiten Generation bereits Verfahren zu deren digitaler Synthese. Damit konnten nun unter anderem Materialermüdungserscheinungen unter Belastung getestet werden. Dazu kamen neue akustische Mess- und Berechnungsverfahren, mit denen Schallreflexionen einzeln berechnet werden konnten. In der dritten Generation schließlich verschmolz die FFT-Hardware endgültig mit dem Homecomputer. Von nun an konnte jeder PC mit DSP-Erweiterungskarten für rechenintensive (Echtzeit-)Anwendungen aufgerüstet werden.[74] Spätestens ab diesem Punkt eskalierte eine Entwicklung, die auch eine neue medienepistemologische Dimension in sich barg. Tatsächlich ermöglichten Fouriers Ideen nun nicht mehr nur die "exacte Messung" von physikalischen Phänomenen sondern auch ihre *Simulation*, und zwar für jedermann, der sich eine Erweiterung seines PCs leisten konnte. Parallel dazu kamen die ersten DSP-basierten Klangerzeuger auf den Markt, die in der Lage waren das Ergebnis digitaler Rechenprozesse in physikalische Schwingungen zu transformieren und so die neue Epoche auch sinnlich vermittelten.[75] Im Zuge all dieser Entwicklungen begann sich nach und nach ein neues Simulations-

---

[72] Der »Time/Data 100« war in der Lage, eine 1024 Punkte-Matrix in einer Sekunde zu berechnen, was zu jener Zeit eine enorme technische Verbesserung darstellte. Interessant ist auch, dass er bereits bei neuronalen Untersuchungen an Affen zur Verwendung kam und damit Wieners Ansatz einer Bewusstseinsanalyse mit Hilfe von Fouriers Methoden in gewisser Weise eine Fortsetzung fand. Vgl. Welaratna S. 1

[73] Die ersten Geräte hatten allesamt noch die Größe eines Kühlschranks. Bilder von FFT-Analyzern aus verschiedenen Entwicklungsepochen finden sich im Anhang.

[74] Die erste Generation von DSP-Chips (»Digital Signal Processing«) ist insofern besonders erwähnenswert, da sie nahezu vollständig funktionsfähige Computer darstellten. Sie waren optimiert für die Berechnung von FFT und Vektoroperationen. (Fourier-Transformationen können prinzipiell auch als Vektoroperationen im n-dimensionalen Raum aufgefasst werden.)
Die zweite Generation Mitte der 1980er Jahre war bereits in der Lage eine 1024 Punkte-Matrix in unter 10 Millisekunden zu berechnen. Es hatte also seit Beginn der FFT-Analyzer Ende der 1960er Jahre bereits eine Verhunderfachung der Rechengeschwindigkeit stattgefunden.

[75] Bereits die ersten Digitalsynthesizer bedienten sich der Pulscodemodulation (PCM), die im Rahmen der neuen Signal-verarbeitungsmethoden entwickelt worden war. (Die ersten kommerziellen Analogsynthesizer existierten bereits seit Mitte der 1960er Jahre. Zwar basierte ihre Klangerzeugung ebenfalls auf Fouriers Analysen, jedoch noch auf der Grundlage von Oszillatoren, die Stromwellen modulierten, die dann sonifiziert wurden, und nicht auf der Grundlage von diskreten Rechenoperationen.)

paradigma herauszubilden, das zunehmend auch modellierenden Einfluss auf Lebensrealitäten nahm.[76]

Bezüglich des wachsenden Interesses an »Echtzeit-Analyseverfahren« besann man sich schließlich auf eine modifizierte Methode der Fourier-Analyse, die *Dennis Gabor* bereits 1946 im Rahmen von akustischen Forschungen entwickelt hatte.[77] Seiner »gefensterten-Fourier-Transformation« liegt die Idee zugrunde, Datensätze Segment für Segment zu analysieren, denn er stellte fest, dass "unser Alltagserleben – vor allem unser Hörempfinden – nach einer Darstellung in Form von Zeit *und* Frequenz verlangt."[78] Die Analyse einzelner Signalabschnitte erfüllte diese Bedingung zumindest annähernd, auch wenn mit Gabors Methode andere Schwierigkeiten auftraten.[79] Die Verbindung seiner Methode mit der Geschwindigkeit der FFT machte es nun prinzipiell auch möglich, »on the fly« generierte Matrizen unterhalb des menschlichen Zeitwahrnehmungsvermögens zu berechnen. Dies bedeutete einen großen Fortschritt in Richtung dessen, was heute umgangsprachlich interaktive »Echtzeitanwendung« genannt wird. Insofern brachte Gabors »gefensterte-Fourier-Transformation« eine neue Qualität der Implementie-

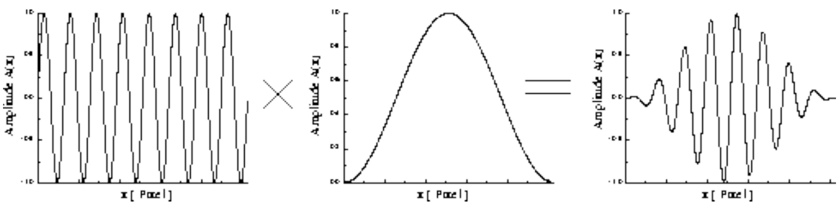


Abb.6: Ausschnitt einer Wellenfunktion (links), der mit einem »Haning-Fenster« (Mitte) multipliziert wird, um so Unreinheiten an den Anschlussstellen der einzelnen Segmente zu vermeiden.

[76] Natürlich ist das »Simulationszeitalter« nicht allein auf die Fourier-Analyse und ihre technischen Implementierung zurückzuführen, aber neben ihrem Einfluss auf die Entwicklung der Digitaltechnologie ist auch der Einfluss der FFT auf die Steigerung der Rechengeschwindigkeit, ihr breiter Einsatz sowie die daraus folgende Entwicklung immer kleinerer, portabler und bezahlbarer FFT-Computer nicht zu unterschätzen (s. Anhang). Im Prinzip hatte sich bereits mit Shannons mathe-matischer Kommunikationstheorie und der Entwicklung der Digitaltechnologie eine anwendungsorientierte Theorie der Simulation herausgebildet, die jedoch zuvor auf Anwendungen im wissenschaftlichen und militärischen Bereich beschränkt geblieben war.

[77] Dennis Gábor (1900-1979): ngarischer Ingenieur, der unter anderem auch das Prinzip der Holografie (1947) entwickelte, war auch einer der ersten, der auf der Relevanz von Heisenbergs Unschärferelation für die Kommunikationstheorie und die Akustik insistierte.

[78] Zitiert und übersetzt aus Burke Hubbard S. 23. Mit seinem Verfahren knüpfte Gabor in gewisser Weise an Fouriers Aussage an, dass "keine einzige Function existirt, die nicht wenigstens in einem Teil ihres Verlaufs durch eine bestimmte trigonometrische Reihe ihre Darstellung findet." (Analytische Theorie der Wärme S. 4.)

[79] Ein Problem, das sich daraus ergab, ist, dass je nach gewählter Segmentgröße eine gewisse Blindheit gegenüber bestimmten Frequenzen und Signalcharakteristika entsteht. Außerdem können durch unharmonische Frequenzanteile und an den Anschlussstellen der einzelnen Fragmente Unreinheiten auftreten (*leakage effekt*). Um dies zu vermeiden multiplizierte Gabor jedes Fragment mit einer Gaußsche Glockenkurve, dem so genannten »Hanning-Fenster«. All das führt dazu, dass sich das Originalsignal nicht mehr aus einer »gefensterten-Fourier-Transformierten« zurückgewinnen lässt. Grundsätzlich existieren zwei Anwendungsarten von Gabors Methode: Bei der gemittelten Analyse (*FFT-Average*), die sich besonders für stationäre Signale anbietet, werden die Ergebnisse der einzelnen Blöcke gemittelt und bei der zeitabhängigen Analyse (*FFT vs. Time oder RPM*) werden die Ergebnisse der einzelnen Blöcke hintereinander in einem Spektrogramm abgebildet. Dieses Verfahren eignet sich besonders für nicht stationäre Signale.

rung des Zeitkritischen in unsere Alltagskultur mit sich und es handelte sich nur noch um eine Frage der Zeit bis mit Hilfe von zyklischen Faltungsalgorithmen und Matrizenberechnungen auch virtuelle, vektorbasierte (»Echtzeit«-)Welten in die Kinder- und Arbeitszimmer der ersten Welt Einzug hielten.[80] So lässt sich guten Gewissens behaupten, dass sich spätestens mit der Möglichkeit der Projektion von Virtuell-Errechnetem ins Physikalisch-Reale unausgesprochen eine neue Leitkultur der digitalen Simulation etablierte,[81] zu der die Verbindung von Gabors Methode mit dem Cooley-Tukey-Algorithmus und der von Wiener in diesem Bereich eingeführten Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik einen wesentlichen Teil beitrug.[82] Damit hatte sich Fouriers Aussage, die mathematische Analyse bringe uns "die Erscheinungen nahe, macht sie uns messbar und scheint eine besondere Begabung des menschlichen Geistes zu sein, um das, was ihm durch den Mangel seiner Sinne und die Kürze seines Lebens verloren geht, zu ersetzen"[83] auf unerwartete Weise in einem gesamtgesellschaftlichen Kontext bewahrheitet. Interessant ist in diesem Zusammenhang auch, dass die Entwicklung errechneter virtueller Räume und einer Kultur der Simulation bereits in den Transformationen zwischen Fourier- und Realraum angelegt war und sich in den mathematiktheoretischen Entwicklungen bis zu diesem Zeitpunkt fortgesetzt hatte.[84] Insofern – so die banale aber an dieser Stelle dennoch nennenswerte Erkenntnis – stellen diese Methoden nur eine Konsequenz aus einer mathematischen Theorie dar, deren Grundlagen von Wissenschaftlern wie Fourier bereits über 150 Jahre zuvor gelegt worden waren.

Im Laufe der 80er Jahre des 20. Jahrhunderts geriet die Fourier-Analyse dann erstmals auch in die Kritik. Einerseits wurde bemängelt, dass ein einziger Messfehler in einem großen Datensatz das komplette Ergebnis der Transformation verfälscht und sich die Information über eine Unstetigkeit über den gesamten transformierten Bereich erstreckt, und andererseits, dass die Information über den zeitlichen Ablauf des transformierten Signals tief in den Phasen der einzelnen Schwingungen verborgen liegt und sich dem Betrachter nicht unmittelbar er-

---

80 Eine sehr frühe Realisierung eines interaktiven »virtuellen Raumes« fand bereits im Zusammenhang mit Wieners Flugabwehrsystem statt (s. S. 13): Zum Test der Verlässlichkeit seiner Flugbahnberechnungen bekamen Versuchspiloten einen Steuerknüppel, mit dem sie einen Lichtpunkt auf einer Projektionsfläche bewegen konnten. Vgl. dazu Roch/Siegert S. 224

81 Hatte der Begriff der Virtualität in der Scholastik noch die Wortbedeutung "dem Vermögen oder der Möglichkeit nach vorhanden" (Vgl. Roesler/Stiegler S. 244), so stand nunmehr die technische Realisierung dieses "Möglichen" im Zentrum des Interesses. Insofern bedeutet Simulation in diesem Zusammenhang nicht mehr das Ab- bzw. Nachbilden einer Realität, sondern deren Vorwegnahme und Vorausberechnung mit Hilfe von arbiträren Zeichenprozessen. Die Fourier-Analyse ist ein Beispiel, an dem sich die Genese dieses »Simulationszeitalters« tatsächlich nachvollziehen lässt.

82 Interessant ist auch der zunehmende Einfluss statistischer Methoden im Zusammenhang mit der medientechnischen Implementierung unstetiger Funktionen. Hatte schon Fourier nach seiner Heimkehr aus Ägypten in Paris vorerst im Büro für Statistik gearbeitet, so wurde die Auswertung großer Datensätze zuerst mit Lochkartensystemen und dann mit elektronischen Computern immer einfacher. So ist es auch kein Zufall, dass Cooley und Tukey ebenfalls »Statistiker« waren.

83 Analytische Theorie der Wärme, Vorwort S. XIV

84 Fouriers Frequenzraum stellt ein frühes vieldimensionales abstraktes Raumkonzept dar, das perspektivisch nichts mehr mit dem Realraum gemein hat. Zur darauf folgenden Entwicklung der Funktionsanalysis siehe Burke Hubbard S. 181ff

schließt. Anlass zu diesen Kritikpunkten waren die ersten, in einigen Feldern aufgetauchten Schwächen der Fourier-Analyse und man realisierte, dass die Entwicklung alternativer Verfahren aufgrund der universellen Nutzung der FFT bis dahin sträflich vernachlässigt worden war. Denn so gut sie sich für den Einsatz bei stabilen, linearen Systemen eignete, so ungenügend waren ihre Ergebnisse bei nichtlinearen Problemstellungen. Während sie sich zum Aufspüren von periodischen Strukturen in großen Datensätzen empfiehlt, verstecken sich kleine Änderungen und kurze Unstetigkeiten sowie deren genauer Zeitpunkt im Signalablauf hinter Unsummen von Schwingungen. Ein weiterer Schwachpunkt ist, dass mit ihrer Hilfe entweder Aussagen über den zeitlichen Verlauf eines Signals oder über dessen Frequenz-anteile getroffen werden können und beides zugleich nicht möglich ist. Dieses Problem war auch mit der »gefensterten-Fourier-Transformation« von Gabor nur ansatzweise gelöst worden. All dies führte in verschiedenen Bereichen zur Entwicklung von neuen Verfahren, die nach den theoretischen Arbeiten von *Morlet/Grossmann*, *Meyer*, *Mallat* und *Daubechie* schließlich unter dem Begriff *Wavelets* zusammengefasst wurden.[85] Diese neuen »kleinen Wellen« ermöglichten es im Gegensatz zur Fourier-Analyse, ein Signal in Zeit und Frequenz gleichzeitig zu analysieren. Zuerst dachte man auf ein Verfahren gestoßen zu sein, das die Fourier-Analyse überflüssig macht, doch während der mathematischen Ausarbeitung wurde klar, dass es sich dabei vielmehr um eine Erweiterung ihrer selbst handelte: Die Technik zur Berechnung der Koeffizienten war dieselbe und geht bereits auf Fourier zurück.[86] Insofern stellen Wavelets nur einen anderen Zugang zu den bereits von Fourier entdeckten mathematischen Zusammenhängen dar. Ronald Coifman schreibt:

> "I view wavelet analysis as a natural extension of traditional Fourier analysis, and therefore on a scientific level a translation of mathematical tools and methods which have been in wide use in mathematical analysis and other sciences for the last 50 years. The main reason for the cur-

[85] Die Geschichte der Wavelets auf ein eindeutiges Datum zurückzuführen ist schwierig, da Ansätze bereits bis in die 1930er Jahre zurückgehen. Als Startpunkt der aktuellen Entwicklungen gilt allgemein ein von *Jean Morlets* entwickeltes Verfahren. Morlet war Geophysiker, der ursprünglich die Fourier-Analyse verwendet hatte, um die von verschiedenen Erdschichten reflektierten Echos zu analysieren. Als sich dies als unpraktikabel herausstellte entwickelte er eine Erweiterung von Gabors »gefensterter Fourier-Analyse«, bei der die Anzahl der Oszillationen im Fenster konstant bleibt und stattdessen die Größe des Fensters variiert d.h. gestreckt oder gestaucht wird. Er nannte sie »Wavelets of constant shape«. *Alex Grossmann*, ein Mathematiker aus Marseille, mit dem Morlet1985 zusammentraf, half ihm schließlich beim mathematischen Beweis seines Verfahrens. *Yves Meyer*, ein Mathematikprofessor der sich ebenfalls mit der Theorie der Wavelets beschäftigte, wollte ursprünglich einen Beweis führen, dass orthogonale Wavelet-Transformationen nicht existieren können, wobei ihm genau das Gegenteil gelang. Mit seinen neuen Wavelets wurde es möglich, eine ökonomische d.h. keine Redundanz erzeugende Transformation zu entwickeln. *Stephane Mallat*, ein Absolvent der *Ecole Polytechnique*, kam schließlich auf die Idee das neue Verfahren in der Bildbearbeitung zu verwenden und gab mit einem Algorithmus zur Berechnung der orthogonalen Wavelet-Transformation und verschiedenen theoretischen Anregungen weitere wichtige Impulse zu deren Nutzbarmachung. *Ingrid Daubechie*, eine belgische Mathematikerin und Quantenphysikerin, setzte seine Anregungen mit ihren *Multiwavelets* in mathematische Theorie um und erweiterte sie um einige Punkte, so dass die Wavelet-Theorie in den 1990er Jahren ihren Durchbruch erlebte. Vgl. dazu Burke Hubbard S. 26ff

[86] Auch bei den Wavelets werden Signal und Analysefunktion multipliziert und das Integral des Produktes berechnet. Das Ausgangsmaterial ist dabei wie bei der FFT ein digitaler Datensatz.

rent flurry of activity comes from our ability to translate these mostly theoretical ideas into working engineering tools through fast computational algorithms like Mallat´s."[87]

Folgt man dieser Darstellung, so führten auch bei der Entdeckung der Wavelets wieder praktische Problemstellungen zur Entwicklung neuer mathematischer Verfahren, die mit Mallats Algorithmus der »schnellen-Wavelet-Transformation« schließlich medientechnisch implementiert werden konnten.[88] Einen großen Vorteil dieser Transformation im Vergleich zur klassischen Fourier-Analyse stellt die Möglichkeit einer mehrfachen Skalierung des betrachteten Signalausschnitts dar, welche die Parallelanalyse von Mikro- und Makrobereich eines Signals wesentlich vereinfacht. So eignet sie sich besonders zum Aufspüren von Veränderungen im Signalablauf, weswegen Wavelets auch als mathematisches Mikroskop bezeichnet werden.[89] Die entwicklungshistorische Nähe zu Gabors »gefensterter-Fourier-Transformation« tritt unter anderem auch in der Terminologie zutage. So benannte Morlet das später als »Multiresolution« bezeichnete Skalierungsverfahren noch mit einem Begriff aus der Akustik,[90] auch wenn Wavelets in der weiteren Entwicklung eher für physiologische Modelle des Sehens theoriebildend werden sollten.[91] In Anbetracht dieser Entwicklungsgeschichte ist festzuhalten, dass es sich bei den Wavelets zwar um eine neues mathematisches Werkzeug handelt, das in einigen Anwendungsgebieten den Anforderungen medientechnischer Implementierung eher entspricht als die Fourier-Analyse, das sich aber sowohl entwicklungs-geschichtlich als auch bezüglich der theoretischen Grundlagen auf Fouriers Entdeckungen bezieht. Insofern stellen Wavelets auch keine Konkurrenz zur Fourier-Analyse dar, sondern ergänzen sie vielmehr als weiteres aus der Praxis entstandenes Analyseverfahren und bleiben damit durchaus mit Fouriers Anspruch vereinbar, der bereits in seiner *Analytischen Theorie* prophezeit hatte:

> "Doch kann diese Theorie hinfort keinen Fortschritt mehr machen, der nicht auf solchen Beobachtungen beruht, denn die mathematische Analyse vermag wohl aus allgemeinen und einfachen Erscheinungen den Ausdruck der Naturgesetze abzuleiten, die specielle Anwendung dieser Gesetze auf complicierte Phäno-mene verlangt aber eine lange Reihe exact aufgeführter Beobachtungen."[92]

---

87 Ronald Coifman (Yale University); zitiert aus Burke Hubbard S. 40.

88 Die »schnelle-Wavelet-Transformation« (FWT) findet z.B. in der Bildverarbeitung und Datenkompression Anwendung. Sie ermöglicht ein schnelles Springen zwischen den verschiedenen Frequenzkomponenten eines Signals sowie deren geometrischen Vergleich. Die Skalierungsstufen erfolgen jeweils mit dem Faktor zwei.

89 Dabei ändern sich bei der Skalierung Auflösung und Frequenz gleichermaßen. Meyer schreibt: "You play with the width of the wavelet in order to catch the rhythm of the signal. Strong correlation means that there is a little piece of the signal that looks like the [mother-]wavelet." (Zitiert aus Burke Hubbard S. 32.) Insofern erinnert die Methode ein wenig an die fraktale Geometrie.

90 Morlet nannte die sich jeweils verdoppelnden Skalierungen in Analogie zur Akustik noch »Oktaven«. Außerdem benutzte er wie Gabor die gaußsche Glockenfunktion als Hüllkurve für seine Wavelets.

91 Es wird heute angenommen, dass das Gehirn optische Eindrücke in ähnlicher Weise verarbeitet wie Mallats Algorithmus.

92 Analytische Theorie der Wärme, Vorwort S. XVIII

Bei einer zusammenfassenden Beurteilung des Einflusses von Fouriers *Analytischer Theorie* auf die Mediengeschichte des 19. und 20. Jahrhunderts fällt also auf, dass das von ihm stets betonte Anliegen der Nutzbarmachung und technischen Implementierung mathematisch-physikalischer Erkenntnisse heute ein Grundmerkmal technischer Medien darstellt. Zwar geht dieses Denken nicht allein auf Fourier zurück, doch er forderte es bereits explizit ein und formulierte es erstmals auch für Bereiche außerhalb der klassischen Mechanik. Dabei revolutionierte er mit seinem universalen Beschreibungsmodell nicht nur die Mathematik, sondern eröffnete auch unzähligen anderen Wissenschaften neue Perspektiven und war auf diese Weise maßgeblich an der Entstehung vieler medientechnisch bedeutsamer Forschungsfelder beteiligt. Seine von praktischen Problemstellungen ausgehenden Analysen stehen exemplarisch für eine neue Rolle der Mathematik, die zur Leitwissenschaft für die Modell- und Theoriebildung in den Naturwissenschaften wird.[93] Mit seinem großen Verdienst, der Durchsetzung eines auf Schwingung basierenden Weltbilds, kam jenes auch medien-theoretisch bedeutsame Modell hinzu, das zusammen mit dem damals etablierten Atomismus das heutige wissenschaftliche Weltverständnis prägt. Dabei ist neben den vorerst daraus folgenden hochfrequenten Analogmedien auch der Einfluss auf die physiologischen Modelle des Hörens und des Sehens von Bedeutung. Durch den Beitrag von Fouriers Theorie zur Entwicklung der Digitaltechnologie und dem Durchbruch ihrer technischen Implementierung mit der »schnellen-Fourier-Transformation« avancierte sie schließlich zu einem mathematischen Universalwerkzeug, mit dessen Hilfe nicht mehr nur Fourierräume berechnet werden konnten.[94] In Folge dieses zweiten großen medienepistemologischen Umbruchs, der im Gegensatz zu den bisherigen Annahmen den Glauben an eine zumindest theoretisch absolute Digitalisierbarkeit der Welt implizierte und sich dabei ebenfalls auf Fouriers Theoreme stützte, entwickelte sich wiederum eine Vielzahl nunmehr digitaler Technologien und eine Zeitökonomie, welche die Grenzen der menschlichen Wahrnehmung endgültig sprengte. War bereits mit den analogen Hochfrequenztechnologien eine Technikkultur von Mikrozeiten entstanden, so wurde diese in der Digitaltechnologie zunehmend operationalisiert und rationalisiert und blieb so nicht bei der Entwicklung von Echtzeit-Anwendungen stehen, sondern läutete mit der Möglichkeit des mathematischen Vorgriffs auch das Zeitalter der

---

[93] Fourier selbst deutete diese Entwicklung bereits an, als er schrieb: "Ich hatte noch die Resultate der Theorie mit denen der Erfahrung zu vergleichen. Zu dem Behufe sind exacte und vielfach veränderte Versuche unternommen worden; die Ergeb-nisse entsprechen den rechnerisch abgeleiteten Resultaten; sie geben also der Theorie auch auf diesem neuen Gebiete eine Autorität, die man ihr früher zu verweigern geneigt war." (Analytische Theorie der Wärme S. 7) Während Fourier der Empirie hier sicher auch noch aufgrund der Anzweiflungen seiner Theorie die Rolle der Verifizierung zuweist, ist es heute zur üblichen Vorgehensweise geworden, erst Theorien zu entwickeln und deren Richtigkeit dann empirisch zu überprüfen.

[94] Von nun an erstreckten sich die potentiellen Anwendungsgebiete wie bereits erwähnt auf Matrizenoperationen aller Art d.h. prinzhipiell auf alle digital vorliegenden Datensätze. Dabei sind viele Operationen im Frequenzbereich wesentlich einfacher zu berechnen als im Orts-/Zeitbereich. So können beispielsweise große Filteroperationen wesentlich schneller durchgeführt und Störfrequenzen effizienter ausgefiltert werden. Außerdem sind eine Reihe von Messungen und statistischen Auswertungen ebenfalls nur im Fourierraum möglich.

Simulation ein: In der Ära von Gigahertz und Terabyte überschlägt sich die Realzeit in den Laufzeiten von Simulationsalgorithmen tausendfach. Mit der Projektion von arbiträren Funktionen ins Physikalisch-Reale bekam schließlich auch der Begriff des Virtuellen eine neue Bedeutung, denn das bisher nur »der Möglichkeit nach Vorhandene« begann sich zumindest während seiner Berechnung auf den Prozessoren und an den Oberflächen der Interfaces erstmals auch konkret zu materialisieren und dem Bewusstsein so auf eine neue Art und Weise gegenüber zu treten.[95]

Diese nicht allein auf Fourier zurückgehenden aber von seiner Theorie mit ermöglichten Entwicklungen hatten enorme Auswirkungen auf die Lebensrealität und Kultur, die in diesem Zuge zunehmend der technologischen Entwicklung nachgeschaltet wurden.[96] Eine der stillschweigend in Kauf genommenen Konsequenzen folgt direkt aus dem qualitativen Unterschied zwischen den kontinuierlichen Fourier-Transformationen und der zeit- und wertdiskreten wie sie in der FFT Anwendung findet. Indem eine Digitalisierung (zumindest bisher) immer nur einen Teil des untersuchten Prozesses erfasst, ist die vollständige Bestimmung der Fourier-Transformation faktisch nicht möglich. Der Fehler äußert sich in Form von ungenauen, »verschmierten« Ergebnissen und digitalem Rauschen, das bei der Resynthese eines abgetasteten Signals an den »Bruchstellen« zwischen den einzelnen Abtastwerten entsteht.[97] Eine praktikable Lösung für den Umgang mit diesem Problem bot das *Shannon-Nyquist Theorem*, das sich in Folge dessen massenhafter Implementierung erfreute. Damit etablierte sich jedoch auch eine technisch bedingte Kultur der (Informations-) Filterung, die unserer Wahrnehmung zumeist entgeht.[98] Der Grund dafür ist, dass die Auflösung der digitalen Abbilder neben den technischen Kapazitäten auch an die menschliche Wahrnehmungsfähigkeit angepasst wird. Hatten die physiologischen Modelle der Wahrnehmung den Menschen zu einem »narrow band device« unter vielen gemacht, so war es nun mit ihrer Hilfe auch möglich, die Signalprozesse an den Schnittstellen zum Menschen optimal an die Grenzwerte seiner Wahrnehmung anzupassen.[99] Im Zu-

---

95 Sowohl der Signalfluss auf einem Prozessor als auch die sichtbaren und unsichtbaren (elektromagnetischen und akustischen) Emissionen elektronischer »Devices« stellen bereits ganz reale und durchaus materielle Einschreibungen ins Physikalische dar.

96 (Kultur-)Techniken und kulturelle Praxis waren naturgemäß schon immer verschränkt, doch mit der Möglichkeit der Simulation wurde aus einer Parallelschaltung beider ganz in der Funktionslogik der digitalen Technologie eine serielle.

97 Man muss das so gewonnene Ergebnis tatsächlich als Schätzung akzeptieren und sich darüber im Klaren sein, dass die abgeschätzte FT die durch die FT der Apparatefunktion per Faltung »verschmierte« FT des ursprünglichen Prozesses ist.

98 Nach dem *Shannon-Nyquist Theorem* wird das abzutastende Signal in der Praxis mit Hilfe eines Low-pass-Filters oberhalb der halben Abtastfrequenz abgeschnitten, um so Ergebnis verfälschende Spiegelungen in den korrekt abgetasteten Frequenz-bereich im Vorfeld zu unterbinden. (In Anbetracht einer solch weit verbreiteten Praxis der Informationsfilterung müssen Begriffe wie »Informationsfreiheit« und »Informationsbandbreite« womöglich auch unter technischen Gesichtspunkten thematisiert werden.)

99 Diese Grenzwerte werden zumeist auf der Grundlage von empirischen Untersuchungen festgelegt. Dabei wird das Vorent-halten von Information oft auch von der Flüchtigkeit der medial generierten Eindrücke überspielt. Interessant ist in diesem Zusammenhang, dass trotz aller faktischen Grenzen der Wahrnehmung beispielsweise im Hifibereich die Debatten über Auflösung und Frequenzbandlinearität nicht enden

ge dieser Entwicklung entstanden auch diverse digitale *Datenkompressionsverfahren*, bei denen die auf Fourier zurückgehenden Transformationen ebenfalls häufig eine Rolle spielen. Der Grund hierfür ist, dass der Fourierraum sich eben besonders gut dazu eignet, vor der Rücktransformation manipulative Eingriffe wie Filterungen vorzunehmen sowie auftretende Redundanzen im Frequenzverlauf zu analysieren.[100] "Datenstreaming heißt Filtern."[101] – Anders wären unsere heutigen Hochgeschwindigkeits-Datenhighways überhaupt nicht möglich. Insofern macht es tatsächlich Sinn, von einer medial gefilterten Wahrnehmung zu sprechen, denn das Sprichwort, dass nicht sein kann was nicht sein darf, ist schon aus technischen Gründen längst medientechnische Realität geworden.

In Anbetracht der Bemühungen, die an den Schnittstellen zum Menschen auf das Verdecken und »Glätten« der technisch bedingten Unzulänglichkeiten verwendet wird kann der Eindruck entstehen, als käme es nicht allein aus technischen Gründen zu einer "Auswahl, Wertung und Kanonisierung von Daten."[102] Vielmehr scheint es auch um eine Neuauflage des alten Widerstreits um die Vorherrschaft von Kultur oder Natur zu gehen.[103] Shannons *Mathematische Theorie der Kommunikation* markiert den Übergang zu einer neuen epistemischen Dichotomie von Signal und Rauschen, seit deren mathematischer Formulierung es beständig darum geht, Rauschabstände zu vergrößern und Signalflüsse zu optimieren. Insofern symbolisiert das Ausfiltern unerwünschter Information (Frequenzbandbegrenzung) und das »Glätten« von technisch bedingten Artefakten (Quantisierungsrauschen) den Allmachtsanspruch der Digitaltechnologie und einer ihr zugrunde liegenden endlichen Mathematik: "Nur virtuelle Räume sind wirkliche Reinräume"[104] – und das nicht zuletzt, weil sie gänzlich vom menschlichen Geist durchdrungen und damit absolut beherrschbar sind. Dies führt unter anderem auch dazu, dass ihre Realisierung geradezu in den Status einer heiligen Aufgabe entrückt ist, wobei nicht vergessen werden sollte, dass unvollständige Datensätze wie es die digitalen (noch) sind, den Hang dazu haben, »falsche« beziehungsweise unter-

---

wollen und es immer noch Menschen gibt, die dazu bereit sind, viel Geld für die Sicherstellung der Übertragung von scheinbar irrelevanter Information zu bezahlen.

[100] Bekannte Beispiele hierfür sind unter anderem das mp3-Format und das JPEG-Format. Dabei werden in der Fourier-Matrix »vernachlässigbare« Frequenzen weggefiltert. Außerdem kann die Matrix mit Hilfe der FFT-Faltung auf einen Bruchteil ihrer Originalgröße komprimiert werden. Interessant dabei ist, dass Cooley bereits 1969 bemerkt hatte: "Someday radio tuners will operate with digital processing units. I have heard this suggested with tongue in cheek, but one can speculate." (Zitiert aus Rockmore S.5.) Damit hatte er bereits die Entwicklung des mp3-Formats vorausgeahnt, auch wenn seine Spekulationen seinerzeit Zeit noch belächelt worden waren.

[101] Ernst, Wolfgang: *Das kybernetische Opfer. Ausgeschlossene Daten*. In Becker, Andreas/ Reither, Saskia/Spies, Christian [Hrsg.]: Reste. Umgang mit einem Randphänomen. Bielefeld 2005, S. 37.

102 Ebd. S. 27

[103] Um digitale Artefakte wie das Quantisierungsrauschen und hochfrequentige Anteile, die bei der Synthese durch die »Stufigkeit« digital generierter Signalverläufe entstehen, auszumerzen, werden spezielle Glättungs-, Interpolations- und Filteralgorithmen eingesetzt, die das digitale Signal »analogisieren« sollen, jedoch im Falle von Reproduktionen analoger Signale nur scheinbar zu deren identischen Reproduktion führen. Dabei versinnbildlicht diese scheinbar perfekte Repro-duktion natürlicher Abläufe auch den Wunsch nach einer absoluten Beherrschung des »Natürlichen« als Antipode des Kulturellen. Deutlich wird dies vor allem am medientechnischen Umgang mit Rauschen, das nicht nur in medienkünstlerischen Kontexten immer wieder mit Unordnung, Chaos, Zufall und Kontingenz assoziiert wird.

[104] Ernst S. 32

komplexe Ergebnisse zu liefern.[105] So gesehen hatte Fourier mit seiner Theorie zwar einerseits die epistemische Grundlage für die Entwicklung von (Medien-) Technologien gelegt, die das Wirkungsspektrum des Menschen entschieden ausweiteten, indem sie massenhaft jenseits seiner Wahrnehmung zu prozessieren begannen. Andererseits aber hatte er mit dem Hinweis auf eine ausreichende Annäherung an den Realraum auch die Machbarkeit der mathematischen Wahrheit vorgezogen und so bereits jenen Kompromiss vorgeschlagen, der mit der Digitaltechnologie schließlich technisch implementiert wurde. Als problematisch kann sich dabei eine Selbstentmachtung des Menschen zugunsten von modellhaften, externalisierten Rechenprozessen erweisen, deren Ergebnisse im Rahmen eines Simulationsparadigmas zunehmend zu absoluten Handlungsanweisungen erhoben werden. Denn nach wie vor gilt, dass Digitalrechner nur "maschinell affirmieren, was *nicht* ist" auch wenn sie dabei schließlich "Sachen generieren, die es schlechthin nicht gegeben hat."[106] Diese scheinbare Paradoxie klingt bereits in Fouriers *Analytischer Theorie* an, wenn er einerseits die Anwendbarkeit mathematischer Theorie einfordert und im selben Zug, noch von einer infiniten Mathematik ausgehend feststellt, dass die mathematische Analyse "alle Erscheinungen in derselben Sprache [beschreibt], als ob sie von der Einheit und Einfachheit des Universums Zeugnis ablegen und die heilige Ordnung, die in der ganzen Natur herrscht, noch mehr zu Tage legen wollte."[107] Bereits in diesem Vergleich von »heiliger Ordnung« und Mathematik deutet sich denn auch jene technische Simulationskultur an, die bis dahin der Kunst und Religion vorbehaltene Aufgaben des Vorgriffs und der Vorausschau übernehmen wird.[108]

In Anbetracht all dieser Nachwirkungen lässt sich also festhalten, dass Fouriers Theorie immer wieder Wissenschaftler und Ingenieure in verschiedenen Kontexten inspiriert hat und sich so seit ihrer Formulierung zu Beginn des 19. Jahrhunderts sowohl als epistemische Grundlage wie auch als mathematisches Werkzeug als roter Faden durch die gesamte Medien- und Technikgeschichte zieht. Dabei prägte sie sowohl das wissenschaftstheoretische Weltbild jener Epoche, welche die kontinuierlichen Analogmedien hervorbrachte, als auch das jener, in der die zeit- und wertdiskreten Digitalmedien entwickelt wurden. Anhand dieses Einflusses auf zwei sich scheinbar widersprechende Weltbilder wird deutlich, dass bereits in ihr selbst jene Dichotomie angelegt ist: Indem sie sowohl diskrete Ergebnisse als auch eine unendlich feine Auflösung propagiert, oszilliert sie gleichsam zwischen den zwei Seiten ihrer eigenen Gleichungssysteme, zwischen Ort und Bewegung, konkretem Ergebnis und infinitem Prozess. Dabei lässt sich die Ent-

---

105 Der Begriff »falsch« muss hier mit Vorsicht verwendet werden. So weist Wolfgang Welsch darauf hin: "Durch Konfron-tation mit der virtuellen Welt erkennen wir gerade, dass Wirklichkeit immer schon Konstruktion war." (Zitiert aus Roesler/ Stiegler S. 248). Damit betont er (wie auch Luhmann und andere) die konstruktivistische Arbeitsweise unserer Wahrnehmung, die so den Geltungsbereich von Begriffen wie » richtig « oder » falsch« zumindest stark eingeschränkt erscheinen lässt. »Falsch« meint daher in diesem Zusammenhang nur eine physikalische Differenz zum Realraum.

106 Friedrich Kittler, zitiert aus: Roesler/Stiegler S. 226

107 Analytische Theorie der Wärme, Vorwort S. XIV

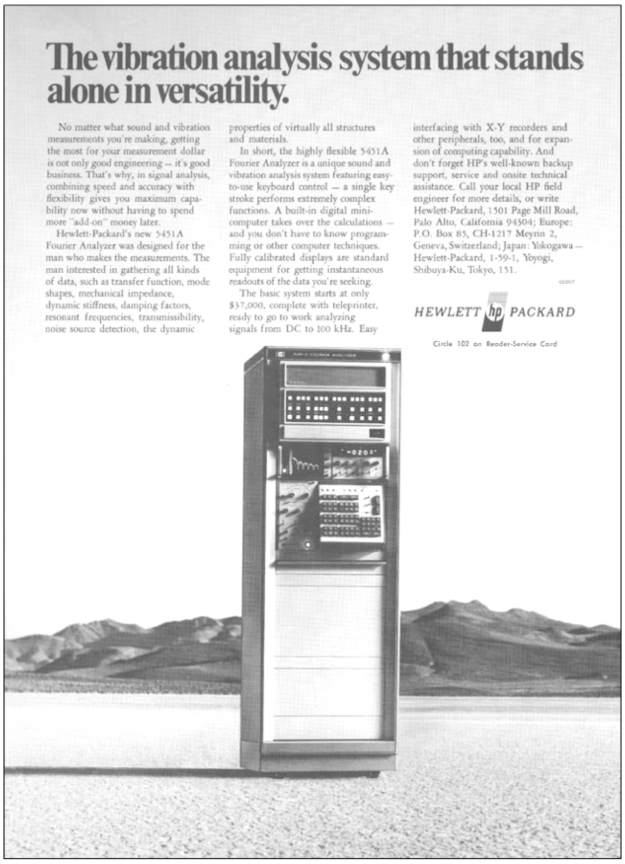
108 Erwähnenswert ist hier, dass die Fourier-Analyse auch in vielen Simulationsalgorithmen eine Rolle spielt.

wicklungsgeschichte von der Analog- zur Digitaltechnologie auch als zunehmende Gewichtung der Operationalisierung und ein damit verbundenes Abrücken vom Konzept des Infiniten deuten und spiegelt so letztlich auch eine kulturelle Entwicklung wider, deren erkenntnistheoretische Konzepte sich in der Epoche Fouriers begonnen hatten zu verschieben. Im Zuge dessen verwandelte sich die Suche nach »göttlicher Absolutheit« in den Versuch der absoluten Machbarkeit und Konzepte der Wahrheitsfindung relativierten sich zu einer Konzeption von Methoden. Mit den physiologischen Modellen der Wahrnehmung bewahrheitete sich schließlich auch die Korrelation von Mathematik, Wahrnehmung und physikalischer Welt und so ist in Anbetracht der medientechnischen Folgen auch Fouriers Bemerkung keineswegs übertrieben gewesen, dass die Konsequenzen seiner Theorie dereinst "die gesamte Physik, das Kunstgewerbe und die interne und sociale Ökonomie" interessieren werden.[109]

---

[109] Analytische Theorie der Wärme S. 10

Nicolet Scientific Corporation 440A Mini-Ubiquitous real-time Spectrum Analyzer, September 1975

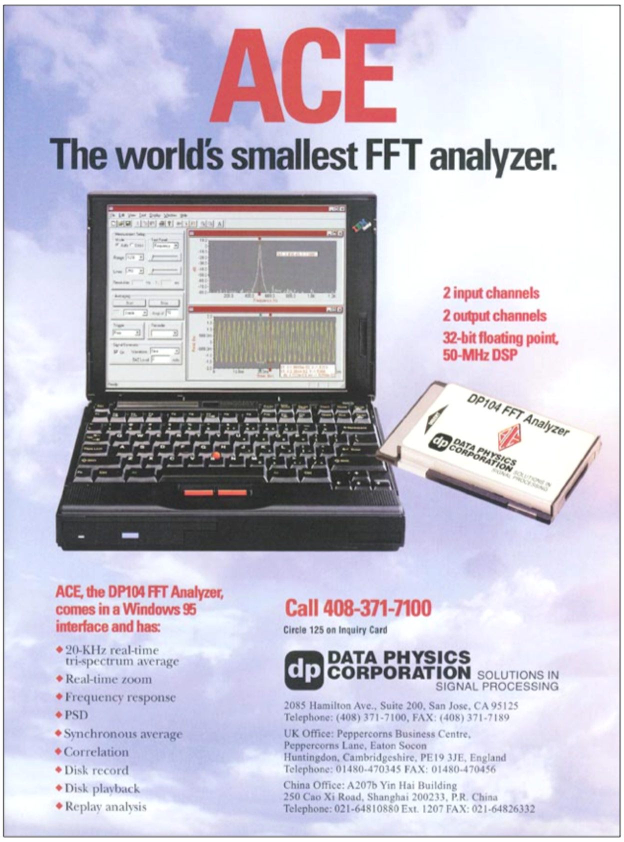


Hewlett-Packard 5451A Fourier Analyzer, Dezember 1972

Nicolet Scientific Corporation 440A Mini-Ubiquitous real-time Spectrum Analyzer, September 1975

Spectral Dynamics Corporation
SD360 Digital Signal Processor, November 1975

Nicolet Scientific Corporation 440A Mini-Ubiquitous real-time Spectrum Analyzer, September 1975



Nicolet Scientific Corporation 440A Mini-Ubiquitous real-time Spectrum Analyzer, September 1975

Literatur:

Barkowsky, Johannes: *Das Fourier-Theorem in musikalischer Akustik und Tonpsychologie*. Frankfurt/M 1996

Burke Hubbard, Barbara: *Wavelets. The Story of a Mathematical Technique in the Making*. Wellesley (US) 1996

Cooley, James W.: *How the FFT Gained Acceptance*. In: Signal Processing Magazine, IEEE Vol. 9, Januar 1992. Nachdruck aus Nash, Stephen G.: *A History of Scientific Computing*. ACM Press (Association for Computing Machinery, Inc.) 1990, S. 133-140. Internet: http://history.siam.org/pdf/jcooley.pdf [20.7.2006]

Donner, Martin: *Versuche der künstlichen Erzeugung von Stimmorganen von Euler bis Helmholtz*. In Aktas, Ulas/ Leder, Torsten/Löffler, Davor [Hrsg.]: Plateau. Zeitschrift für experimentelle Kulturanthropologie. Heft Nr.3, Berlin 2007

Ernst, Wolfgang: *Das kybernetische Opfer. Ausgeschlossene Daten*. In Becker, Andreas/ Reither, Saskia/Spies, Christian [Hrsg.]: Reste. Umgang mit einem Randphänomen. Bielefeld 2005

Fourier, Jean Baptiste Joseph: *Analytische Theorie der Wärme* (1822). Deutsche Ausgabe: Berlin 1884

Meffert, Beate/Hochmuth, Olaf: *Die Werkzeuge des Spektralbereichs*. In [Dies.]: Werkzeuge der Signalverarbeitung. München 2004

O'Connor/Robertson: *Jean Baptiste Joseph Fourier* (1997). In: School of Mathematics and Statistics, University of St. Andrews (Scotland): The MacTutor History of Mathematics archive. Internet: www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Fourier.html [20.7.2006]

Oppenheim, Alan/Willsky, Alan: *Signale und Systeme*. Weinheim 1989

Roch, Axel/Siegert, Bernard: *Maschinen, die Maschinen verfolgen. Über Claude E. Shannons und Norbert Wieners Flugabwehrsysteme*. In: Schade, Sigrid / Tholen, Christoph [Hrsg.]: Konfigurationen. Zwischen Kunst und Medien. München 1999

Rockmore, Daniel N. (Dartmouth College, Departments of Mathematics and Computer Science): *The FFT - an algorithm the whole family can use*. Hanover (US) 1999. Internet: www.cs.dartmouth.edu/~rockmore/cse-fft.pdf [20.7.2006]

Roesler, Alexander/Stiegler Bernd [Hrsg.]: *Grundbegriffe der Medientheorie*. Paderborn 2005

Rüdinger, Bernd/Acar, Ahmet Emre (WS 2000/2001): *Fourieranalyse*. In: Feiten, Bernhard/Röbel, Axel: Digitale Signalverarbeitung. Skript zur Vorlesung WS 96/97 – SS 97. Internet: www.kgw.tu-berlin.de/statisch/lehre/skript/ds/dssk.html [20.7.2006]

Schaback, Robert: *Die Beiträge von Carl Friedrich Gauß zur numerischen Mathematik*. (Nachdruck der Originalversion aus Göttingen 1977). In: NAM-Bericht 18, Institut für numerische und angewandte Mathematik der Georg-August-Universität Göttingen. Internet: www.num.math.uni-goettingen.de/schaback/research/papers/DBvCFGzNM.pdf [20.7.2006]

Shannon, Claude E.: *A Mathematical Theory of Communication*. In: The Bell System Technical Journal, Nr. 27. New York 1948

Siegert, Bernhard: *Passage des Digitalen. Zeichenpraktiken der neuzeitlichen Wissenschaften 1500-1900*. Berlin 2003

Welaratna, Sri (Data Physics Corporation, San Jose/California): *Thirty Years of FFT Analyzers.* In: S&V Observer. Internet: www.dataphysics.com/support/library/downloads/articles/DP-30%20Years%20of%20FFT.pdf [20.7.2006]